

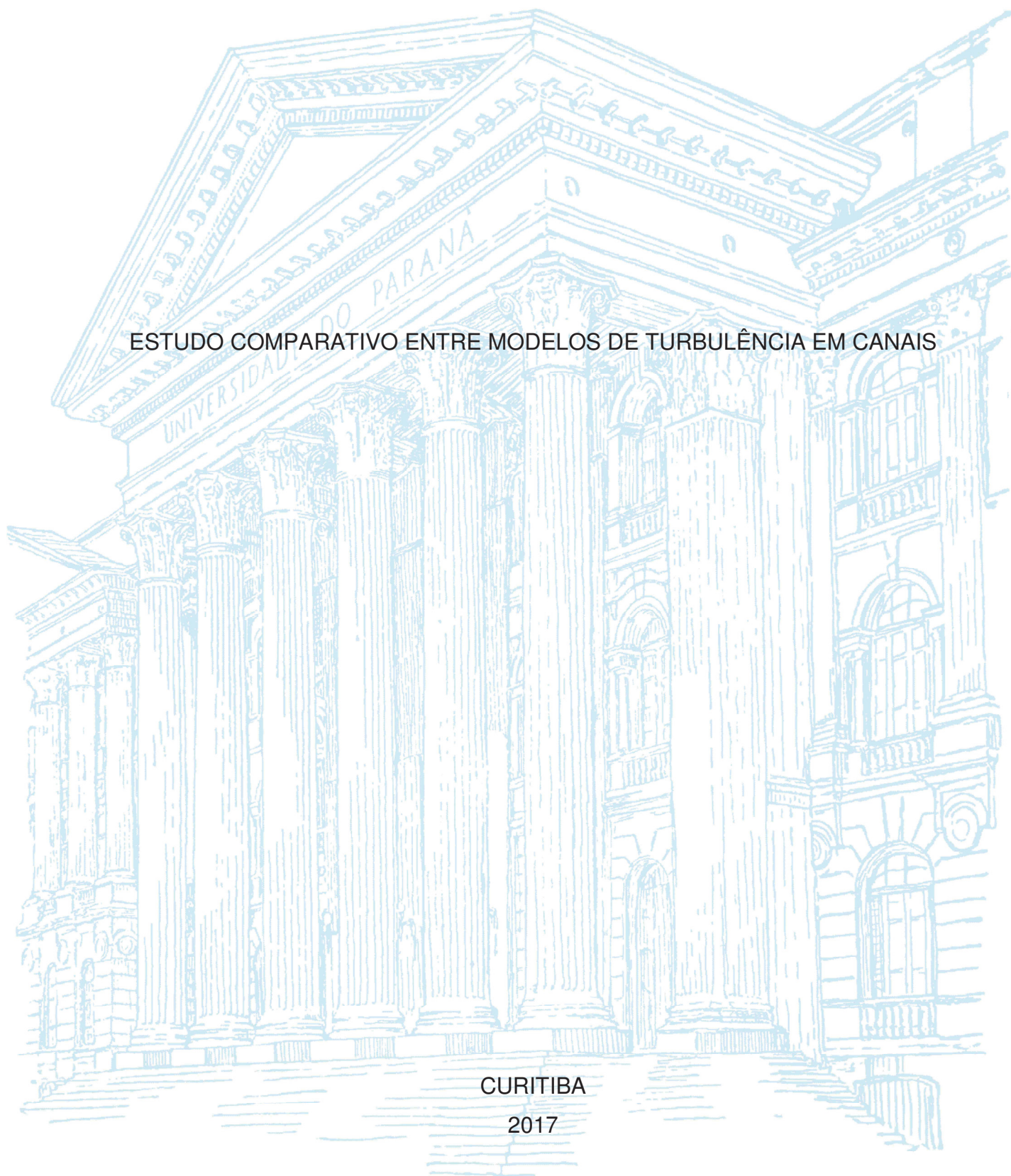
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOSÉ RODOLFO MACHADO DE ALMEIDA

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM CANAIS

CURITIBA

2017



JOSÉ RODOLFO MACHADO DE ALMEIDA

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM CANAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Área de Concentração em Engenharia de Recursos Hídricos, Departamento de Hidráulica e Saneamento, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Recursos Hídricos.

Orientador: Prof. Dr. José Junji Ota

CURITIBA

2017

A447e

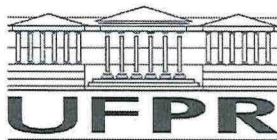
Almeida, José Rodolfo Machado de

Estudo comparativo entre modelos de turbulência em canais [recurso eletrônico] / José Rodolfo Machado de Almeida , 2017.

Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Área de Concentração em Engenharia de Recursos Hídricos, Departamento de Hidráulica e Saneamento, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.  
Orientador: Prof. Dr. José Junji Ota

1. Escoamento turbulento. 2. Turbulência – modelos matemáticos.  
3. Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental. I. Universidade Federal do Paraná. II. Ota, José Junji. III. Título.

CDD 553.05



## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE RECURSOS HÍDRICOS E AMBIENTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **JOSÉ RODOLFO MACHADO DE ALMEIDA** intitulada: **ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS DE TURBULÊNCIA EM CANAIS**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 29 de Maio de 2017.

JOSÉ JUNJI OTA

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

TOBIAS BERNWARD BLENINGER

Avaliador Interno (UFPR)

ANDRE LUIZ TONSO FABIANI

Avaliador Interno (UFPR)

AKEMI KAN

Avaliador Externo (LACTEC)



## RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre os resultados obtidos em 12 simulações numéricas computacionais bidimensionais realizadas com três diferentes modelos de turbulência: o de viscosidade turbulenta constante; o modelo tipo Elder; e, o modelo  $k - \varepsilon$ . Para a realização dessas simulações foi utilizado o software Telemac 2D. Esses resultados foram comparados com os obtidos em um estudo realizado por Yamakawa (2015) em canal experimental de seção transversal trapezoidal e constituído por trechos retos e por curvas. O objetivo principal dessa comparação é explorar como os modelos de fechamento de turbulência atuam na modificação do comportamento geral do escoamento simulado. Para subsidiar essas comparações adotaram-se testes estatísticos que buscaram quantificar as diferenças entre os campos de velocidades obtidos nas simulações e o observado no canal experimental. Os resultados obtidos mostraram que, apesar das limitações teóricas existentes, a utilização do modelo de fechamento de turbulência mais simples, ou seja, o de viscosidade turbulenta constante, pode conduzir a resultados tão bons ou melhores que os obtidos com os modelos mais sofisticados. Entretanto, foi verificado que a escolha da viscosidade turbulenta a ser adotada neste tipo de modelo não é simples, pois pode destoar significativamente dos valores obtidos em avaliações teóricas. Nesse sentido, o modelo  $k - \varepsilon$ , por ser mais geral, apresenta a grande vantagem de possuir coeficientes empíricos com variação tão pequena que a maioria dos pesquisadores consideram não necessitar de calibração. Por outro lado, foi observado que todos os modelos de turbulência verificados apresentaram alguma limitação devido ao fato de as simulações bidimensionais não serem capazes reproduzir as correntes secundárias que ocorrem na região das curvas. Para os modelos de viscosidade turbulenta constante e do tipo Elder, essa limitação pode ser compensada mediante o aumento artificial da viscosidade turbulenta. Esse procedimento, entretanto, prejudica a reprodução do escoamento nas demais localidades não influenciadas pelas correntes secundárias.

Palavras-chaves: Turbulência. Modelos de turbulência. Simulações numéricas bidimensionais. Campo de velocidades

## ABSTRACT

This work presents a comparative study between the results obtained in 12 two-dimensional computational numerical simulations performed with three different turbulence models: constant turbulent viscosity; Elder type model; and,  $k - \varepsilon$  model. The software Telemac 2D was used to perform these simulations. These results were compared with those obtained by Yamakawa (2015) in an experimental channel with trapezoidal cross-section and composed of straight stretches and curves. The main objective of this comparison is to explore how turbulence closure models affect the general behavior of the simulated flow. To support these comparisons, statistical analysis were adopted to quantify the differences between the velocity fields obtained in the simulations and that observed in the experimental channel. The results showed that, despite the theoretical limitations, the use of the simpler turbulence closure model, that is the constant turbulent viscosity, can lead to results as good as or better than those obtained with the more sophisticated models. However, it was verified that the choice of turbulent viscosity to be adopted in this type of model is not simple, since it can be significantly different from the values obtained in theoretical evaluations. In this point of view, the  $k - \varepsilon$  model has the great advantage of having empirical coefficients with such a small variation that most researchers consider that this model does not require calibration. On the other hand, it was observed that all turbulence models presented some limitation due to the fact that the two-dimensional simulations were not able to reproduce the secondary currents that occur in the region of the curves of the channel. For constant turbulent viscosity and Elder type models, this limitation can be compensated by adopting a higher value for the turbulent viscosity. This procedure, however, impairs the reproduction of the flow in the locations that are not affected by the secondary currents.

Key-words: Turbulence. Turbulence models. Bi-dimensional numerical simulations.  
Velocity field

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	FLUXO DE MASSA PASSANDO PELO VOLUME DE CONTROLE NA DIREÇÃO $x$ .....	22
FIGURA 2.2	FORMAÇÃO DA TURBULÊNCIA JUNTO A UM CONTORNO SÓLIDO .....	28
FIGURA 2.3	EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS.....	29
FIGURA 2.4	SEPARAÇÃO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA EM MÉDIA E FLUTUAÇÃO .....	30
FIGURA 2.5	CASCATA DE TURBULÊNCIA.....	32
FIGURA 2.6	ESPECTRO DE ENERGIA .....	33
FIGURA 2.7	GRADIENTE DE PRESSÃO COM ESCOAMENTO TURBULENTO E LAMINAR.....	37
FIGURA 2.8	TRANSPORTE DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO DEVIDO ÀS FLUTUAÇÕES.....	37
FIGURA 2.9	CAMPOS DE ESCOAMENTO ISOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS.....	39
FIGURA 2.10	ESQUEMA REPRESENTATIVO DO COMPRIMENTO DE MISTURA .....	48
FIGURA 2.11	REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA MALHA COMPUTACIONAL APLICADA .....	65
FIGURA 2.12	CORRENTES SECUNDÁRIAS NA SEÇÃO DE JUSANTE DA CURVA .....	65
FIGURA 2.13	CANAL EXPERIMENTAL UTILIZADO POR BOOIJ (2003) .....	66
FIGURA 2.14	DOMÍNIO COMPUTACIONAL DOS CANAIS ESTUDADOS POR WILSON, ET AL (2002).....	68
FIGURA 2.15	COMPARAÇÃO MODELO COMPUTACIONAL X CANAL EXPERIMENTAL PARA CANAL RETILÍNEO.....	68
FIGURA 2.16	COMPARAÇÃO MODELO COMPUTACIONAL X CANAL EXPERIMENTAL PARA CANAL COM MEANDROS.....	69
FIGURA 2.17	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE UM TRECHO DO RIO ST. CLAIR.....	70
FIGURA 2.18	EXEMPLOS DE MALHAS TRIDIMENSIONAIS .....	80
FIGURA 3.1	ARRANJO GERAL DO CANAL EXPERIMENTAL .....	86

FIGURA 3.2	SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL .....	86
FIGURA 3.3	CROQUI DAS VERTICAIS DE MEDIÇÃO NA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	87
FIGURA 3.4	INDICAÇÃO DAS POSIÇÕES DE MEDIÇÃO DE NÍVEL DE ÁGUA AO LONGO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DO CANAL.....	87
FIGURA 3.5	CONDIÇÕES GERAIS DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS 1 E 2.....	89
FIGURA 3.6	CONDIÇÕES GERAIS DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DA CURVA 3.....	89
FIGURA 3.7	NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DAS MARGENS ESQUERDA E DIREITA DO CANAL E INDICAÇÃO DAS ZONAS DE SEPARAÇÃO DO ESCOAMENTO .....	90
FIGURA 3.8	SISTEMA DE COORDENADAS DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE .....	91
FIGURA 3.9	DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES MÉDIAS AO LONGO DO CANAL .....	92
FIGURA 3.10	TENSÕES TANGENCIAIS AO LONGO DO CANAL EXPERIMENTAL OBTIDAS POR YAMAKAWA (2015).....	95
FIGURA 3.11	DOMÍNIO COMPUTACIONAL DO MODELO NUMÉRICO IMPLEMENTADO .....	99
FIGURA 3.12	CONDIÇÕES DE CONTORNO UTILIZADAS NO MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL .....	100
FIGURA 4.1	TESTE 1 – MODELO COM VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO.	106
FIGURA 4.2	TESTE 1 – ISOLINHAS DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS.....	107
FIGURA 4.3	TESTE 1.1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	108
FIGURA 4.4	TESTE 1 – MODELO COM VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO .....	112
FIGURA 4.5	SIMULAÇÃO 1-A – $\nu_t = 0,1 \text{ M}^2/\text{S}$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO.....	113
FIGURA 4.6	SIMULAÇÃO 1-B – $\nu_t = 0,01 \text{ M}^2/\text{S}$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO.....	113

FIGURA 4.7	SIMULAÇÃO 1-C – $v_t = 0,005 \text{ M}^2/\text{S}$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO.....	114
FIGURA 4.8	SIMULAÇÃO 1-D – $v_t = 0,001 \text{ M}^2/\text{S}$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO.....	114
FIGURA 4.9	TESTE 1 – COMPARAÇÃO ENTRE A TENSÃO TANGENCIAL OBTIDA NA SIMULAÇÃO 1-C COM AS OBTIDAS EM CANAL EXPERIMENTAL .....	115
FIGURA 4.10	TESTE 2.1 – MODELO ELDER – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO.....	119
FIGURA 4.11	SIMULAÇÃO 2.1-C – MODELO ELDER – LOCALIZAÇÃO DAS ZONAS DE CIRCULAÇÃO .....	120
FIGURA 4.12	TESTE 2.1 – MODELO ELDER – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	121
FIGURA 4.13	SIMULAÇÃO 2.1-A: $\alpha_l = 1,0$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	124
FIGURA 4.14	SIMULAÇÃO 2.1-B: $\alpha_l = 2,5$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	124
FIGURA 4.15	SIMULAÇÃO 2.1-C: $\alpha_l = 6,0$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	125
FIGURA 4.16	SIMULAÇÃO 2.1-D: $\alpha_l = 8,5$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	125
FIGURA 4.17	TESTE 2.1 – MODELO ELDER – AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO .....	126
FIGURA 4.18	TESTE 2.2 – MODELO ELDER – ISOLINHAS DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS.....	128
FIGURA 4.19	TESTE 2.2 – MODELO ELDER – CAMPO DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO.....	129
FIGURA 4.20	TESTE 2.2 – MODELO ELDER – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	131
FIGURA 4.21	TESTE 2.2 – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS.....	134
FIGURA 4.22	SIMULAÇÃO 2.2-C: $\alpha_t = 0,2$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	134



FIGURA 4.23	SIMULAÇÃO 2.2- C: $\alpha_t = 0,6$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	135
FIGURA 4.24	SIMULAÇÃO 2.2- C: $\alpha_t = 1,0$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	135
FIGURA 4.25	SIMULAÇÃO 2.2-C: $\alpha_t = 2,0$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO .....	136
FIGURA 4.26	TESTE 2.2 – COMPARAÇÃO ENTRE A TENSÃO TANGENCIAL OBTIDA NA SIMULAÇÃO 2.2-B COM AS OBTIDAS EM CANAL EXPERIMENTAL .....	137
FIGURA 4.27	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO.....	139
FIGURA 4.28	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – ZONAS DE CIRCULAÇÃO NA REGIÃO DAS CURVAS.....	139
FIGURA 4.29	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	140
FIGURA 4.30	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO ESCOAMENTO.....	142
FIGURA 4.31	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO OBTIDO NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	143
FIGURA 4.32	TESTE 3 – MODELO $k - \varepsilon$ – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS AO LONGO DO CANAL .....	144

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	LISTA DE ALGUNS MODELOS ALGEBRICOS DE VISCOSIDADE TURBULENTA EM FUNÇÃO DE ESCALAS DE VELOCIDADE E DE COMPRIMENTO – SIMULAÇÕES 2D.....	53
TABELA 2.2	LISTA DE ALGUNS MODELOS ALGEBRICOS DE VISCOSIDADE TURBULENTA PARA A VERTICAL – TELEMAT 3D .....	54
TABELA 2.3	LISTAGEM DE ALGUNS MODELOS NUMÉRICOS COMPUTACIONAIS DISPONÍVEIS.....	75
TABELA 3.1	CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DO ESCOAMENTO.....	88
TABELA 3.2	NÍVEIS DE ÁGUA MEDIDOS AO LONGO DO CANAL (CM) .....	90
TABELA 3.3	CANAL EXPERIMENTAL – RESUMO DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO .....	93
TABELA 3.4	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COMPUTACIONAIS BIDIMENSIONAIS . .....	101
TABELA 3.5	CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO MODELO DE ACORDO COM O COEFICIENTE ENS.....	103
TABELA 4.1	TESTE 1.2 – SIMULAÇÕES REALIZADAS.....	104
TABELA 4.2	TESTE 1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	109
TABELA 4.3	VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS OBSERVADOS .....	110
TABELA 4.4	TESTE 2 – SIMULAÇÕES REALIZADAS.....	117
TABELA 4.5	TESTE 2.1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	121
TABELA 4.6	MODELO TIPO ELDER – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS OBSERVADOS EM FUNÇÃO DE $\alpha_l$ .....	122
TABELA 4.7	TESTE 2.2 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	130
TABELA 4.8	TESTE 2.2 – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS .	133
TABELA 4.9	TESTE 3 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL .....	140

TABELA 4.10	TESTE 3 – MODELO $k-\varepsilon$ – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICAS DOS DESVIOS OBSERVADOS .....	143
TABELA 4.11	TEMPO COMPUTACIONAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA.....	148
TABELA 4.12	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS NO ESTUDO .....	148

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\rho$	-	Densidade do fluido [ $\text{ML}^{-3}$ ]
$u$	-	Velocidade do fluido na direção x [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$v$	-	Velocidade do fluido na direção y [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$w$	-	Velocidade do fluido na direção z [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$t$	-	Tempo [T]
$\vec{V}$	-	Vetor velocidade [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$\vec{\nabla}$	-	Operador gradiente
$\vec{F}$	-	Vetor força [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$dm$	-	Massa da partícula fluida infinitesimal [M]
$\Pi$	-	Tensor de tensões
$\sigma$	-	Tensão normal [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$\tau$	-	Tensão tangencial [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$F$	-	Força líquida [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$F_B$	-	Força de campo [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$F_S$	-	Força de superfície [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$\mu$	-	viscosidade dinâmica do fluido [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ ]
$p$	-	Pressão local [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ]
$\nu$	-	Viscosidade cinemática [ $\text{L}^2\text{T}^{-1}$ ]
$u'_i$	-	Flutuação de velocidade em cada direção [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$\bar{u}_i$	-	Velocidade média em cada direção [ $\text{LT}^{-1}$ ]
$T$	-	Intervalo de tempo analisado [T]
$k$	-	Energia cinética turbulenta por unidade de massa [ $\text{L}^2\text{T}^{-2}$ ]
$Re$	-	Número de Reynolds
$l$	-	Escala de comprimento característica [L]
$\nu$	-	Viscosidade cinemática do fluido [ $\text{L}^2\text{T}^{-1}$ ]
$l_o$	-	Comprimento característico dos grandes vórtices
$u_o$	-	Velocidade característica dos grandes vórtices
$t_o$	-	Escala de tempo característico dos grandes vórtices
$\varepsilon$	-	Taxa de transferência de energia [ $\text{L}^2\text{T}^{-3}$ ]

$\eta_l$	-	Escala de comprimento dos menores vórtices [L]
$\eta_v$	-	Escala de velocidade dos menores vórtices [ $LT^{-1}$ ]
$\eta_t$	-	Escala de tempo dos menores vórtices [T]
$\tau_{turb}$	-	Tensões decorrentes das flutuações turbulentas [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$\sigma'$	-	Tensão normal turbulenta [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$\tau'$	-	Tensão tangencial turbulenta [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
—	-	Média temporal da variável
N	-	Número total de realizações
n	-	Número de realizações
y	-	Distância à parede [L]
$\mu_t$	-	Viscosidade dinâmica turbulenta [ $ML^{-1}T^{-1}$ ]
$\nu_t$	-	Viscosidade cinemática turbulenta [ $L^2T^{-1}$ ]
$l_m$	-	Comprimento de mistura de Prandtl [L],
$\kappa$	-	Constante de von Kármán [-]
h	-	Profundidade do escoamento [L]
$\beta$	-	Coeficiente de dispersão [ - ]
$\Delta x$	-	Dimensão do elemento na direção do fluxo [L]
$C_s$	-	Coeficiente adimensional
$\Delta$	-	Tamanho da malha [L]
$D_{ij}$	-	Tensor de taxa de deformação do escoamento médio
$\alpha_t$	-	Coeficiente de dispersão transversal
$\alpha_l$	-	Coeficiente de dispersão longitudinal
$v_*$	-	velocidade de corte
z	-	Distância vertical do fundo do escoamento [L]
d	-	Distância da posição até a superfície livre [L]
U	-	Velocidade média na vertical do fluxo na direção x [ $LT^{-1}$ ]
V	-	Velocidade média na vertical do fluxo na direção y [ $LT^{-1}$ ]
$S_x$	-	Termos fonte ou sumidouro na direção x [ $LT^{-1}$ ]
$S_y$	-	Termos fonte ou sumidouro na direção y [ $LT^{-1}$ ]
$Z_f$	-	Cota do fundo [L]
$Z_s$	-	Cota da superfície livre [L]



$Z_s$	-	Elevação da superfície de água [L]
$p_{atm}$	-	Pressão atmosférica [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]
$f$	-	Coeficiente de rugosidade
$K$	-	Rugosidade relativa
$\lambda$	-	Forma geométrica da seção transversal
$B$	-	Não uniformidade do canal, tanto na seção quanto em planta
$Fr$	-	Número de Froude
$M$	-	Grau de não permanência do escoamento
$C_f$	-	Coeficiente adimensional de atrito [ - ]
$C$	-	Coeficiente de Chézy [ $L^{1/2}T^{-1}$ ]
$S$	-	Coeficiente de Strickler [ $L^{1/3}T^{-1}$ ]
$n$	-	Coeficiente de Manning [ $L^{-1/3}T$ ]
$K_s$	-	Altura de rugosidade [L]
$F_x$	-	Força de atrito na direção x [ $MLT^{-2}$ ]
$F_y$	-	Força de atrito na direção y [ $MLT^{-2}$ ]
$O_i$	-	Valor observado no canal experimental
$S_i$	-	Valor simulado no modelo numérico computacional
$n$	-	Número de observações
$\bar{O}$	-	Média das observações no canal experimental
$\theta$	-	Ângulo entre o vetor velocidade e o eixo x
$\bar{\bar{v}}_t$	-	Tensor da viscosidade turbulenta

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1	OBJETIVOS .....	19
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>20</b>
2.1	EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO ESCOAMENTO .....	20
2.1.1	Conceitos Básicos .....	21
2.1.2	Equação da Continuidade .....	21
2.1.3	Equações de Navier-Stokes .....	23
2.2	TURBULÊNCIA .....	27
2.2.1	Definição.....	27
2.2.2	Origem da Turbulência .....	28
2.2.3	Conceitos Fundamentais .....	30
2.2.4	Espectro de Energia .....	31
2.2.5	Tensões decorrentes da flutuação turbulenta e viscosidade turbulenta .....	36
2.3	MODELOS DE ESCOAMENTO MÉDIO.....	39
2.3.1	Média Temporal de Reynolds .....	41
2.3.2	Média Estatística .....	44
2.4	ESQUEMAS DE FECHAMENTO DA TURBULÊNCIA .....	45
2.4.1	Esquemas utilizado o conceito de viscosidade turbulenta.....	46
2.4.2	Modelos simulando o transporte das tensões de Reynolds.....	60
2.4.3	Escolha do modelo de turbulência.....	61
2.4.4	Estudos recentes a respeito de modelos de turbulência .....	62
2.5	ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL .....	71
2.6	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL.....	73
2.6.1	Introdução.....	73
2.6.2	Hipóteses simplificadoras e equações utilizadas.....	77
2.6.3	Geração da malha não estruturada .....	78
2.6.4	Forças decorrentes do atrito com o fundo .....	80
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>84</b>
3.1	METODOLOGIA PROPOSTA .....	84
3.2	OBTENÇÃO DE DADOS E INFORMAÇÕES EXPERIMENTAIS .....	85

3.2.1	Características do canal experimental.....	85
3.2.2	Ensaio realizado e resultados obtidos .....	88
3.3	MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL .....	97
3.3.1	Características básicas do modelo .....	97
3.3.2	Simulações numéricas realizadas .....	100
3.4	VERIFICAÇÃO DA ADERÊNCIA DOS RESULTADOS.....	101
3.4.1	Análise qualitativa a partir da identificação das características gerais do escoamento .....	101
3.4.2	Análise quantitativa a partir da extração e processamento de informações do campo de velocidades .....	101
<b>4</b>	<b>RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>104</b>
4.1	TESTE 1 – MODELO DE VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE ..	104
4.2	TESTE 2 – MODELO ELDER.....	115
4.2.1	Teste 2.1 – Verificação do coeficiente longitudinal .....	118
4.2.2	Teste 2.2 – Verificação do coeficiente transversal .....	127
4.3	TESTE 3 – MODELO K – E .....	138
4.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	145
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>149</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>152</b>
	<b>ANEXO A – RESULTADOS DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADES NO CANAL EXPERIMENTAL REALIZADAS POR YAMAKAWA (2015) .....</b>	<b>155</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Muito embora seja notória sua importância para a sociedade, a descrição do comportamento da água sempre foi um grande desafio para engenheiros e pesquisadores. Tradicionalmente, as características do escoamento em canais e rios são descritas por equações empíricas que relacionam a vazão (ou a velocidade) com as características físicas dos contornos. Ensaios em modelos físicos reduzidos também são frequentemente utilizados para subsidiar o projeto de obras de engenharia. Entretanto, o desenvolvimento tecnológico dos recursos computacionais ocorrido nas últimas décadas tem feito com que modelos numéricos hidrodinâmicos sejam vistos cada vez mais como uma alternativa atraente para a simulação dos fenômenos físicos envolvendo fluidos.

De maneira geral, um modelo numérico hidrodinâmico consiste na utilização de um sistema de equações diferenciais para descrever matematicamente os fenômenos físicos associados ao movimento dos fluidos, permitindo assim a representação do comportamento de um escoamento. Nesses modelos, as propriedades do escoamento são correlacionadas através das equações de Navier-Stokes, da equação da continuidade e da equação termodinâmica de estado. Devido à sua complexidade, os modelos numéricos exigem um considerável esforço computacional para a obtenção de seus resultados. Entretanto, mesmo com a utilização de computadores com grande capacidade de processamento, a simulação do comportamento de escoamentos turbulentos, ou seja, com a ocorrência de um movimento tridimensional aleatório e instável do fluido em todas as direções e em todas as escalas, continua a ser um desafio. Para que essa reprodução seja possível a partir do uso das equações de Navier-Stokes tais quais elas são, é necessário que a resolução matemática do sistema se dê até as escalas capazes de reproduzir os vórtices onde ocorre a dissipação da energia por efeito da viscosidade. Isso faz com que esta tarefa se torne impraticável pois, além de exceder a capacidade de processamento dos supercomputadores atuais e, possivelmente, futuros, demandaria a definição de condições de contorno para as escalas viscosas.

Uma maneira para contornar esse problema é promover uma simplificação matemática nas equações através da separação do escoamento em uma parcela de

grande escala, ou “média”, solucionada através da utilização das equações de Reynolds (ou RANS, como normalmente citadas na bibliografia) e outra de pequena escala ou “flutuação”, na qual apenas os efeitos globais sejam contemplados. Para isto torna-se necessário a utilização dos modelos de turbulência que consistem em um conjunto de equações que, quando solucionadas simultaneamente com as equações do escoamento médio, permitem a simulação dos efeitos importantes das flutuações turbulentas no comportamento médio do fluido.

A aplicação correta dos modelos de turbulência em simulações numéricas não é trivial. Além de demandar um conhecimento profundo dos fenômenos físicos a eles associados, depende da escolha correta dos parâmetros físicos que, idealmente, é subsidiada por medições hidrométricas realizadas em campo, tais como medições do campo de velocidade e níveis de água. Entretanto, esse tipo de campanha de medição é normalmente honerosa, fazendo com que muitas vezes, devido à limitação dos recursos financeiros disponíveis para o projeto ou pesquisa, sua realização não seja possível. Outro problema a isso associado é o fato de que informações a esse respeito são escassas na literatura, dificultando ainda mais a escolha e calibragem dos modelos de turbulência em aplicações reais, existentes no cotidiano da prática da engenharia de recursos hídricos.

Neste sentido, este trabalho tem o objetivo de contribuir na compreensão e, consequentemente, na aplicação e calibragem de modelos de turbulência em simulações numéricas computacionais. Para isto, apresenta um estudo comparativo entre os resultados obtidos em simulações numéricas bidimensionais realizadas com a utilização de diversas formulações para a reprodução da turbulência. Esses resultados provenientes das simulações computacionais, além de comparados entre si, foram comparados com as características do escoamento observadas em um canal experimental construído no Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza (CEHPAR), em estudo realizado por Yamakawa (2015). O enfoque principal dessas comparações foi o campo de velocidades na região das curvas do canal devido ao fato de que o escoamento nessas regiões apresenta correntes de circulações com dimensões e intensidades significativas, tornando a correta implementação do modelo de turbulência fundamental para a simulação desse comportamento em modelos numéricos computacionais.



Visando facilitar a compreensão do leitor, este trabalho de dissertação foi desenvolvido em cinco capítulos. No capítulo 1, INTRODUÇÃO, é feita uma breve apresentação a respeito do assunto, também são estabelecidos os objetivos gerais e específicos da pesquisa. No segundo capítulo, denominado REVISÃO DA LITERATURA, é apresentada uma revisão dos aspectos mais importantes relacionadas ao tema abordado, visando principalmente subsidiar o desenvolvimento da pesquisa e a interpretação dos resultados obtidos. O capítulo 3, MATERIAIS E MÉTODOS, foi elaborado de maneira a descrever a metodologia adotada para o desenvolvimento da pesquisa. No capítulo 4, RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÕES, são apresentados os resultados obtidos na pesquisa e feita uma discussão a seu respeito. Por fim, o capítulo 5, CONCLUSÕES, apresenta as conclusões e recomendações desta dissertação.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho consiste em contribuir na compreensão do fenômeno da turbulência e explorar como os modelos de fechamento de turbulência atuam na modificação do comportamento geral do escoamento simulado. Com isso, buscou-se identificar dentre os modelos de turbulência disponíveis na programação padrão em um software, aquele cujos resultados (em termos de campo de velocidades) se mostraram mais aderentes em relação aos dados obtidos experimentalmente.

Para atingir este objetivo, realizou-se um estudo comparativo entre os resultados obtidos em simulações numéricas computacionais com os obtidos em um canal experimental de seção transversal trapezoidal e constituído por trechos retos e por curvas de raio de 8,5 m no eixo. O enfoque principal dessas comparações foi o campo de velocidades na região das curvas do canal. A escolha do enfoque se deve ao fato de que o escoamento nessas regiões apresenta correntes de circulações com dimensões e intensidades significativas. Isso significa que, para a correta reprodução desse comportamento em modelos numéricos computacionais é necessária a implementação apropriada de um modelo de turbulência para a realização do fechamento das equações utilizadas nos cálculos. A hipótese básica a

ser verificada é se a utilização de modelos de turbulência mais sofisticados, com duas equações diferenciais de transporte na sua formulação, conduz a resultados mais aderentes aos dados obtidos no canal experimental.

### Objetivos específicos

- a. Realizar uma revisão da bibliografia ampla e apresentá-la de maneira didática, de forma a auxiliar um usuário inicial de um software de simulação numérica na compreensão e aplicação de um modelo de turbulência;
- b. Determinar as principais características e limitações dos modelos de turbulência verificados através da sua comparação com os resultados de um canal experimental;
- c. Disponibilizar informações para auxiliar, em pesquisas e em projetos futuros, a escolha de valores para os parâmetros físicos a serem utilizados na configuração de modelos de turbulência para aplicações semelhantes às verificadas neste trabalho.

## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

Neste capítulo são apresentadas as fundamentações teóricas necessárias para o desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente, são feitas considerações a respeito das equações fundamentais do movimento e de transporte de um fluido, e, na sequência, são apresentados os aspectos mais relevantes relacionados ao escoamento turbulento e a sua modelagem numérica computacional bi e tridimensional.

### **2.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO ESCOAMENTO**

O desenvolvimento das equações apresentadas a seguir foi baseado nos trabalhos de Daily e Harleman (1966), Davies (1972), Schlichting (1968) e Fox e

McDonald (2001), onde foram empregadas as equações clássicas que governam o movimento de fluidos.

Todas as equações apresentadas neste capítulo correspondem ao sistema retangular de coordenadas, exceto onde indicado em contrário.

### 2.1.1 Conceitos Básicos

Neste trabalho, o escoamento é newtoniano, homogêneo, incompressível e viscoso. Por essa razão, o comportamento do fluido é conhecido de maneira integral desde que seja possível determinar, em cada instante de tempo, as 4 propriedades indicadas abaixo:

1. Velocidade do escoamento na direção  $x$ ;
2. Velocidade do escoamento na direção  $y$ ;
3. Velocidade do escoamento na direção  $z$ ;
4. Pressão.

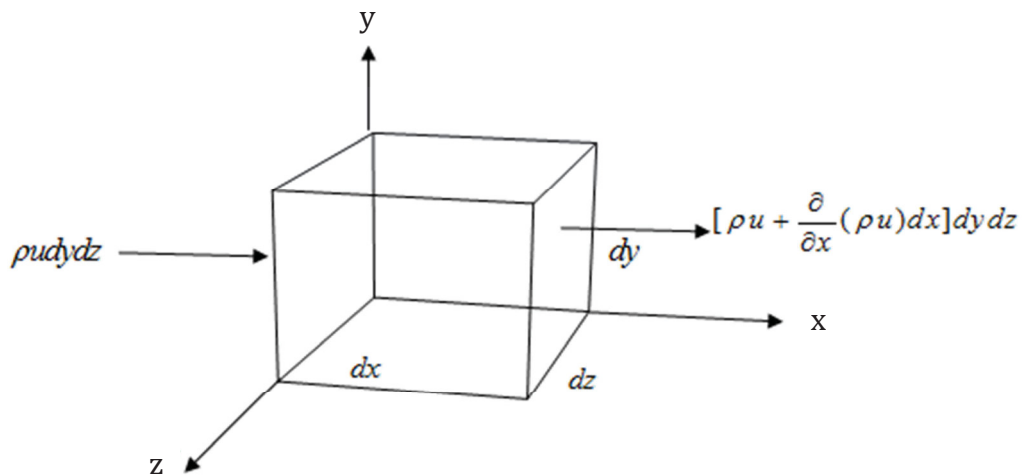
As propriedades são correlacionadas através das 4 equações indicadas abaixo:

1. Equação de Navier-Stokes na direção  $x$ ;
2. Equação de Navier-Stokes na direção  $y$ ;
3. Equação de Navier-Stokes na direção  $z$ ;
4. Equação da continuidade;

### 2.1.2 Equação da Continuidade

A equação da continuidade expressa a aplicação do princípio da conservação da massa de um fluido em movimento através de um volume de controle. Portanto, sua dedução pode ser feita a partir da relação entre a variação da massa no interior do paralelepípedo com volume  $dv$  ao longo do tempo com a diferença das massas transportadas para dentro e para fora dele pelo escoamento. A Figura 2.1 indica o fluxo de massa através das faces perpendiculares ao eixo  $x$ .

FIGURA 2.1 – FLUXO DE MASSA PASSANDO PELO VOLUME DE CONTROLE NA DIREÇÃO X



FONTE: Adaptado de DAILY E HARLEMAN (1966)

Assim, estendendo o mesmo raciocínio às demais direções do escoamento obtém-se a equação da continuidade, que pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2-1)$$

Onde:

- $\rho$ : Densidade do fluido [ $ML^{-3}$ ];
- $u$ : Velocidade do fluido na direção x [ $LT^{-1}$ ];
- $v$ : Velocidade do fluido na direção y [ $LT^{-1}$ ];
- $w$ : Velocidade do fluido na direção z [ $LT^{-1}$ ].
- $t$ : Tempo [T]

Expandindo as derivadas de produto, rearranjando os termos, a equação da continuidade pode ser descrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \left( u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-2)$$

Ou, utilizando a notação vetorial, simplesmente;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \rho + \rho (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) = 0 \quad (2-3)$$

Onde:

$\vec{V}$ : Vetor velocidade [ $LT^{-1}$ ]

$\vec{\nabla}$ : Operador gradiente

A equação da continuidade descrita dessa forma permite as seguintes observações:

1. A primeira parcela ( $\partial \rho / \partial t$ ) é chamada de contribuição local e representa a variação da densidade do fluido ao longo do tempo;
2. A segunda parcela ( $\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \rho$ ) é chamada de contribuição convectiva;
3. A terceira parcela representa a variação volumétrica em um determinado instante;
4. A soma da primeira e da segunda parcela também pode ser chamada de derivada total da densidade em relação ao tempo e representa a taxa de variação da densidade do fluxo;

Para o caso de escoamento incompressível, onde a densidade é constante, a equação da continuidade se resume a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2-4)$$

### 2.1.3 Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes traduzem o princípio da conservação da quantidade de movimento aplicada a um fluido em movimento. Sua dedução é feita através da aplicação da segunda lei de Newton a uma partícula fluida infinitesimal de massa  $dm$ , conforme indicado abaixo:

$$d\vec{F} = dm \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \, dx \, dy \, dz \left( u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right) \quad (2-5)$$



Onde:

$\vec{F}$ : Vetor força resultante aplicada sobre a partícula [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

$dm$ : Massa da partícula fluida infinitesimal [ $M$ ];

As forças atuantes sobre a partícula fluida, a serem discriminadas no termo  $d\vec{F}$ , podem ser classificadas como:

1. Forças de campo ( $F_B$ ): Para os casos de escoamento analisados neste trabalho, a única força de campo com atuação significativa é a força peso, decorrente da ação da gravidade sobre a partícula;
2. Forças de superfície ( $F_S$ ): Representadas pelas tensões (normais ou tangenciais) existentes nas faces do paralelepípedo infinitesimal semelhante ao da Figura 2.1. Assim, as forças de superfície atuantes sobre a partícula podem dão origem ao tensor de tensões indicado na Equação (2-6).

$$\Pi = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Onde:

$\Pi$ : Tensor de tensões;

$\sigma$ : Tensão normal [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

$\tau$ : Tensão tangencial [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

De maneira geral, as forças atuantes sobre uma massa fluida para as 3 direções do sistema cartesiano podem ser expressas pelas equações a seguir:

$$dF_x = dF_{B_x} + dF_{S_x} = \left( \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (2-7)$$

$$dF_y = dF_{B_y} + dF_{S_y} = \left( \rho g_y + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (2-8)$$

$$dF_z = dF_{B_z} + dF_{S_z} = \left( \rho g_z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (2-9)$$

Onde:

- F: Força líquida  $[ML^{-1}T^{-2}]$ ;  
 $F_B$ : Força de campo  $[ML^{-1}T^{-2}]$ ;  
 $F_S$ : Força de superfície  $[ML^{-1}T^{-2}]$ .

As equações diferenciais do movimento podem ser obtidas a partir da combinação entre a Equação (2-5), para cada uma das direções, e as Equações (2-7) a (2-9), resultando num sistema conforme indicado nas equações 2-10 a 2-12.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (2-10)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (2-11)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2-12)$$

Para um fluido newtoniano e isotrópico, as tensões (normais e tangenciais) podem ser expressas em função dos gradientes de velocidade e das propriedades dos fluidos através das chamadas equações constitutivas do fluido newtoniano, descritas nas equações 2-13 a 2-18:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2-13)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2-14)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2-15)$$

$$\sigma_{xx} = -p - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2-16)$$

$$\sigma_{yy} = -p - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2-17)$$

$$\sigma_{zz} = -p - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2-18)$$

Onde:

$\mu$ : Viscosidade dinâmica do fluido [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ ];

$p$ : Pressão local [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ].

Assim, ao substituir as expressões (2-13) a (2-18) nas equações diferenciais de movimento (expressões 2-11 a 2-13), determinam-se as equações de movimento de Navier-Stokes, apresentadas nas equações 2-19 a 2-21.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left[ 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (2-19)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left[ 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2-20)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left[ 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \right\} \quad (2-21)$$

Para fluidos incompressíveis, ou seja, para os casos onde a densidade pode ser considerada constante, as equações reduzem-se às equações 2-22 a 2-24:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2-22)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2-23)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2-24)$$

Onde:

$\nu = \mu/\rho$ : Viscosidade cinemática [ $\text{L}^2\text{T}^{-1}$ ].

## 2.2 TURBULÊNCIA

### 2.2.1 Definição

Segundo Hinze (1959) o movimento turbulento de um fluido pode ser definido por uma condição de fluxo irregular cujas características apresentam variações temporais e espaciais aleatórias, sendo, entretanto, possível determinar estatisticamente valores médios para cada uma delas.

Bradshaw (1971), por sua vez, definiu turbulência como um “movimento tridimensional, dependente do tempo, no qual a dissipação de vórtices causa a propagação de flutuação de velocidades para todas as escalas de comprimento entre um valor mínimo, determinado pela viscosidade, e um valor máximo, determinado pelas condições de contorno do escoamento”.

Algumas das características do escoamento turbulento são descritas por Kundu (1990) e também por Tennekes e Lumley (1972):

- Aleatoriedade: Por apresentar comportamento irregular, caótico e imprevisível, o escoamento turbulento pode apenas ser analisado a partir de uma abordagem determinística;
- Não linearidade: A não linearidade tem dois efeitos principais no comportamento do escoamento. Primeiramente faz com que o fluxo se torne altamente instável, fazendo com que pequenas distorções sejam amplificadas espontaneamente. A outra é a existência de condições para que a vorticidade do fluxo seja mantida;
- Difusividade: Devido ao movimento caótico das partículas, a turbulência proporciona uma mistura rápida e também uma alta taxa de transferência de quantidade de movimento, de calor e de massa ao longo do fluido;
- Vorticidade e dissipação: Dentro de um escoamento turbulento ocorre a existência de vórtices de várias escalas de tamanho. Os vórtices maiores, que contêm a maior parte da energia, têm dimensões da ordem de grandeza da espessura do escoamento turbulento. Esses vórtices de grande escala vão se dividindo (e transferindo energia) até chegarem a possuir dimensões milimétricas, quando a dissipação em forma de calor

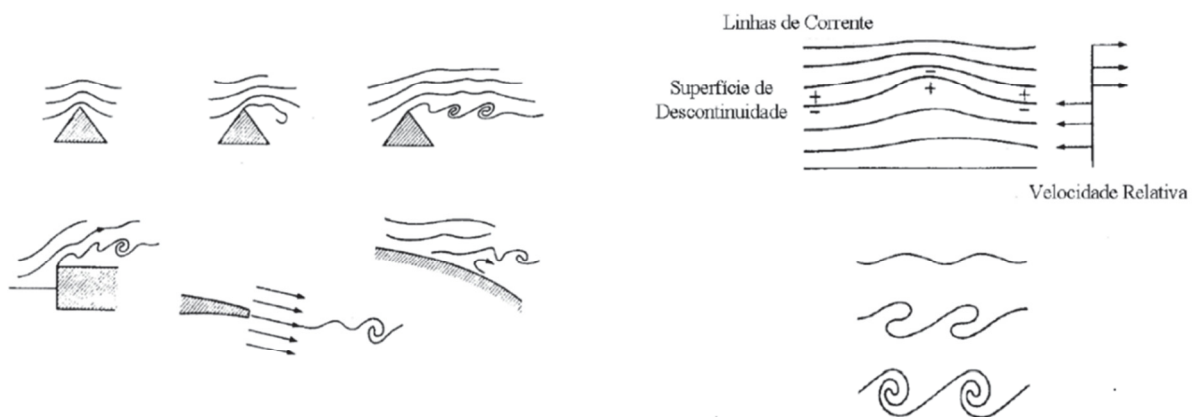
por efeito da difusão viscosa torna-se possível. Por esse motivo, um escoamento turbulento necessita de uma fonte de energia adicional constante de forma a compensar as perdas por efeito viscoso que ocorrem nos vórtices de menor escala;

- Número de Reynolds Elevado: Escoamentos turbulentos sempre possuem número de Reynolds elevado.

### 2.2.2 Origem da Turbulência

Segundo Hinze (1959), a turbulência pode ser originada de duas maneiras. A primeira delas, exemplificada na Figura 2.2, é decorrente de tensões tangenciais geradas nos contornos sólidos do escoamento, que proporcionam condições necessárias para a ocorrência de gradientes importantes de velocidades entre duas camadas adjacentes (Daily & Harleman, 1966). Essa turbulência dependente da existência de contornos sólidos é denominada por Hinze (1959) como “*wall turbulence*”. Se for aplicada a equação de Bernoulli nos tubos de corrente do escoamento indicado na Figura 2.2, observa-se a existência de um gradiente de pressão entre o lado côncavo e o lado convexo das ondas. Isso resulta numa instabilidade da superfície ondulada que tende a se curvar, desprendendo-se em vórtices separados.

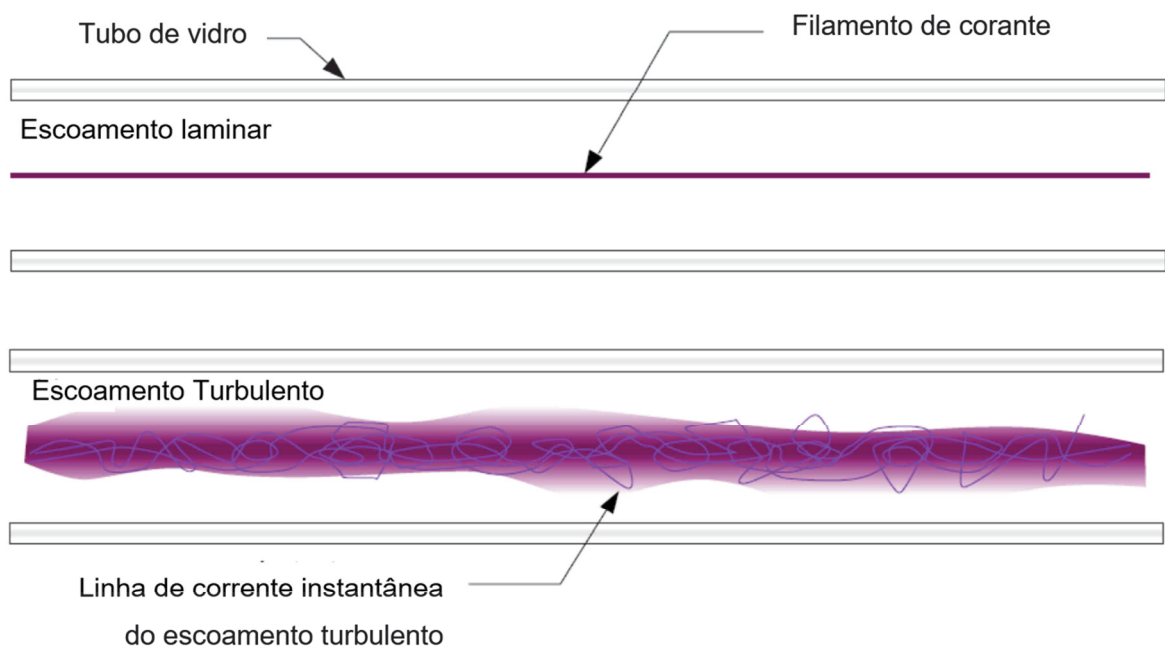
FIGURA 2.2 – FORMAÇÃO DA TURBULÊNCIA JUNTO A UM CONTORNO SÓLIDO



FONTE: Adaptado de DAYLY E HARLEMAN (1966)

O segundo tipo de turbulência, denominado por Hinze (1959) por “*free turbulence*”, é decorrente de gradientes de velocidades entre camadas adjacentes formados de maneira independente dos contornos sólidos do escoamento (Daily & Harleman, 1966). O exemplo clássico desse tipo de turbulência pode ser observado no experimento feito por Osborne Reynolds, que inseriu um filamento de corante no interior do fluxo em um tubo de vidro permitindo assim a análise do escoamento em várias condições. Ele observou que a baixas velocidades o filamento de corante inserido no fluxo apresentou comportamento laminar, ou seja, permaneceu como um filamento, indicando que o fluxo ocorre em lâminas paralelas. Entretanto, quando o escoamento ocorre com velocidades acima de certo limite, Reynolds observou que o fluxo perde suas características laminares, tornando-se turbulento. Isso ficou evidenciado uma vez que, para estas condições, o comportamento do filamento de corante inserido no fluxo tornou-se irregular, misturando-se lateralmente ao longo da seção transversal do tubo. As duas condições de escoamento observadas por Reynolds então indicadas na Figura 2.3.

FIGURA 2.3 – EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS



FONTE: Adaptado de MCDONOUGH (2004)

Existem ainda outras fontes geradoras de turbulência como, por exemplo, gradientes de temperatura e densidade do fluido e agitações provenientes de fontes mecânicas externas.

### 2.2.3 Conceitos Fundamentais

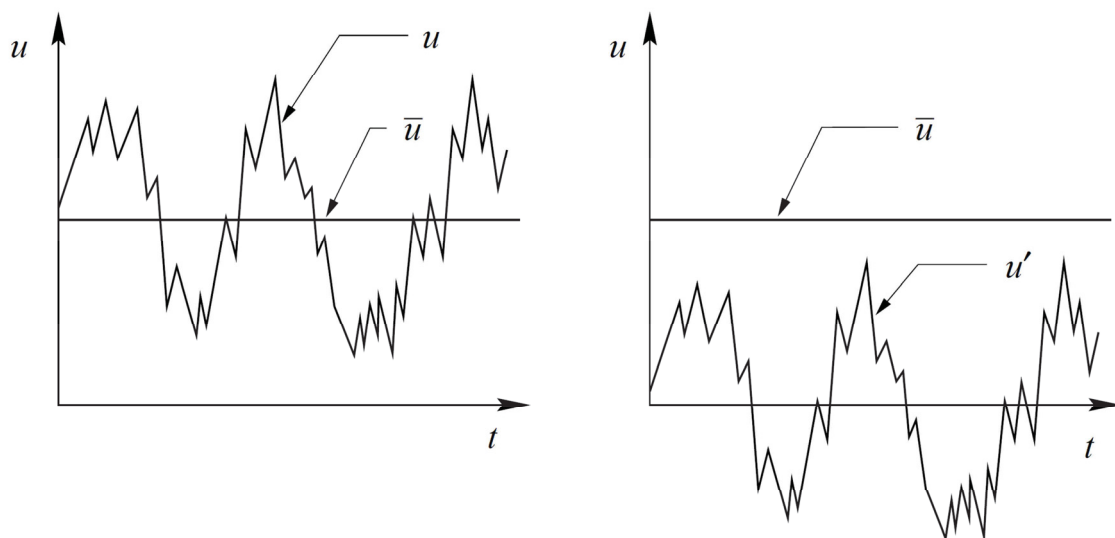
Segundo descrito por Daily e Harleman (1966), o escoamento turbulento, uma vez estabelecido, torna-se difícil de ser caracterizado em sua totalidade. Por esse motivo, é conveniente que a velocidade instantânea seja caracterizada pela soma de um valor médio mais a sua flutuação turbulenta. Essa separação é conhecida como decomposição de Reynolds e está indicada na Figura 2.4 e na Equação (2-25).

$$u_i = u'_i + \bar{u}_i \quad (2-25)$$

Onde:

- $u_i$ : Velocidade instantânea em cada direção [ $LT^{-1}$ ];
- $u'_i$ : Flutuação de velocidade em cada direção [ $LT^{-1}$ ];
- $\bar{u}_i$ : Velocidade média em cada direção [ $LT^{-1}$ ];

FIGURA 2.4 – SEPARAÇÃO DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA EM MÉDIA E FLUTUAÇÃO



FONTE: MCDONOUGH (2004)

Observa-se que, por definição, a média temporal das flutuações turbulentas é igual a zero, conforme indicado na Equação (2-26). Isso ocorre porque as flutuações não possuem um sentido preferencial, podendo, portanto, variar tanto para mais quanto para menos.

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^T u'_i dt = 0 \quad (2-26)$$

Onde:

T: Intervalo de tempo analisado [T].

Com a decomposição de Reynolds definida, pode-se quantificar a energia cinética turbulenta média por unidade de massa do escoamento, definida como indicado na Equação (2-27):

$$k = \frac{\text{E. cin. turbulenta média}}{\text{massa}} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2-27)$$

Onde:

k: Energia cinética turbulenta por unidade de massa [L<sup>2</sup>T<sup>-2</sup>].

## 2.2.4 Espectro de Energia

Conforme já discutido, escoamentos turbulentos são caracterizados pela existência de uma variedade de vórtices, ocorrendo simultaneamente em diversas escalas espaciais e temporais, num processo denominado por Richardson<sup>1</sup> (1922, citado por Pope, 2000, e por Kundu, 1990) por *cascata de turbulência*. A cascata de turbulência, indicada de maneira esquemática na Figura 2.5, consiste no processo de transferência de energia cinética do escoamento dos vórtices de maiores dimensões para os de menores até se formarem estruturas pequenas o suficiente para permitir que os efeitos viscosos promovam a dissipação de energia na forma de

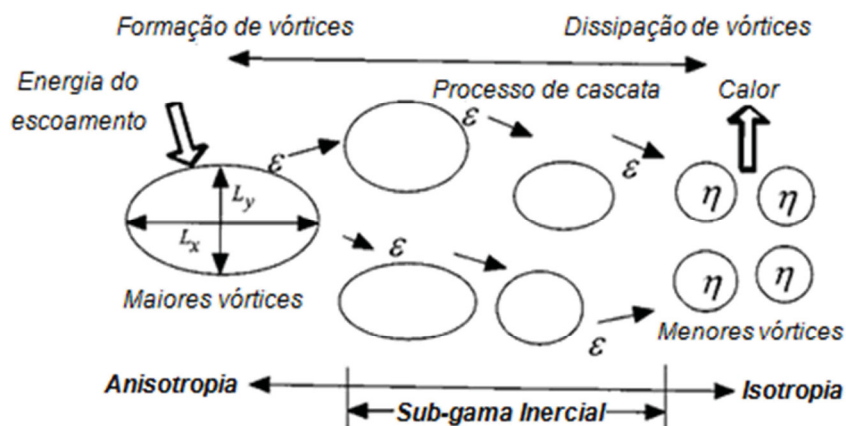
---

<sup>1</sup> RICHARDSON, L. F. **Weather Prediction by Numerical Process**. Cambridge: Cambridge University Press, 1922.



calor. Cria-se, então, um processo contínuo de transferência de energia que atinge a condição de equilíbrio, ou seja, a energia dissipada nos menores vórtices é igual à energia gerada na escala dos grandes vórtices. Matematicamente falando, esse processo de decomposição da energia cinética através da subdivisão dos vórtices é proveniente dos termos não lineares das equações do movimento (equações 2-23 a 2-25).

FIGURA 2.5 – CASCATA DE TURBULÊNCIA



FONTE: Adaptado de NEZU E NAKAGAWA (1993)

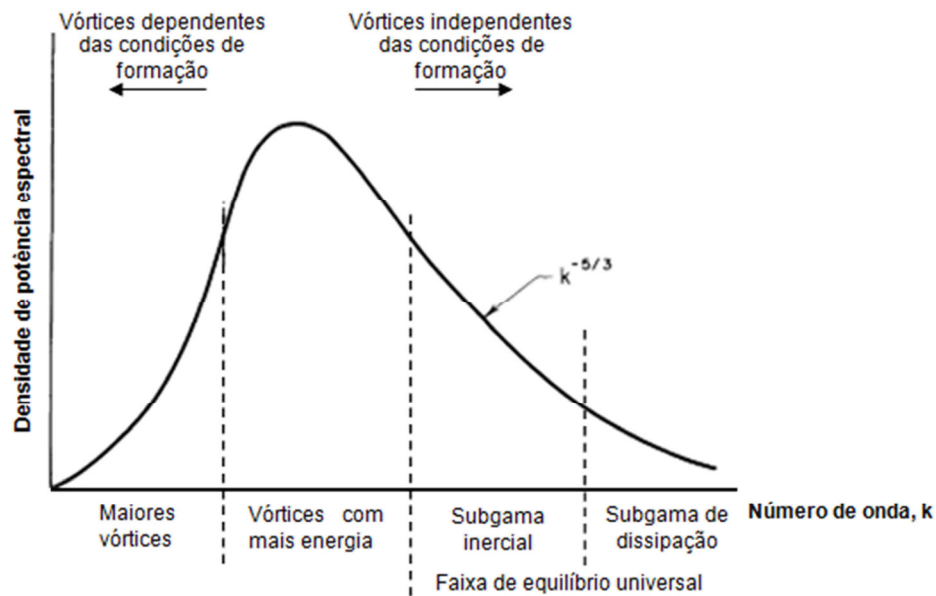
Para a análise da distribuição da energia cinética através de diversos vórtices deve-se entender o conceito do espectro de energia. Esse espectro representa a contribuição de cada uma das escalas de vórtice para a energia turbulenta total do escoamento. A Figura 2.6 apresenta um espectro de turbulência complexo, típico de escoamentos turbulentos com número de Reynolds (relação entre as forças inerciais e viscosas, ver equação (2-28)) elevado ou seja, maiores que  $10^5$  (TENNEKES E LUMLEY, 1972).

$$Re = \frac{u l}{\nu} \quad (2-28)$$

Onde:

- $Re$ : Número de Reynolds;
- $l$ : Escala de comprimento característica [L];
- $u$ : Velocidade característica [ $LT^{-1}$ ];
- $\nu$ : Viscosidade cinemática do fluido [ $L^2T^{-1}$ ].

FIGURA 2.6 – ESPECTRO DE ENERGIA



FONTE: Yamakawa (2015)

Os maiores vórtices, indicados pela faixa localizada mais à esquerda do espectro, extraem energia do escoamento principal e, por esse motivo, são bastante anisotrópicos e possuem dimensões da ordem de grandeza da espessura do fluxo turbulento (como, por exemplo, a espessura da camada limite ou o diâmetro de um tubo). Para o caso de escoamento em águas rasas, é comum que o comprimento característico desses grandes vórtices seja muito superior às escalas de profundidade. As escalas características desses vórtices são indicadas abaixo (Rosman, 1989) (Kundu, 1990):

- $l_o$ : Comprimento característico dos grandes vórtices, normalmente assumido como sendo semelhante às dimensões do escoamento turbulento;
- $u_o$ : Velocidade característica dos grandes vórtices. Pode ser estimado a partir do desvio padrão das flutuações instantâneas de velocidade;
- $t_o = l_o/u_o$ : Escala de tempo característico dos grandes vórtices.

Experiências mostram que os vórtices de maiores dimensões perdem quase toda a sua energia durante uma ou duas revoluções, sugerindo que a taxa de dissipação da energia turbulenta é proporcional à  $u_o^2$  multiplicado pela frequência de revolução  $t_o$  (Kundu, 1990). Logo:

$$\varepsilon = \frac{u_o^3}{l_o} \quad (2-29)$$

Onde:

- $\varepsilon$ : Taxa de transferência de energia [ $L^2T^{-3}$ ];
- $u_o$ : Velocidade característica [ $LT^{-1}$ ];
- $l_o$ : Comprimento característico [L].

Esses vórtices de grande escala geram vórtices menores que são carregados pelo campo de velocidades dos vórtices maiores e extraem energia deles pelo mesmo mecanismo com que os vórtices maiores são formados. Esse processo de subdivisão dos vórtices em outros cada vez menores e com menos energia cinética turbulenta se repete até que sejam formadas estruturas que não mais interagem com o escoamento principal ou com os vórtices maiores, tornando, portanto, a geometria do problema cada vez menos importante e seu comportamento cada vez mais aleatório, prevalecendo a isotropia. Essa faixa de escalas é denominada sub-gama inercial e possui dimensão menor que a profundidade do escoamento para casos de escoamento em águas rasas (Pope, 2000).

De acordo com Kolmogorov<sup>2</sup> (1941, citado por Kundu, 1990 e por Pope, 2000), a subdivisão dos vórtices em outros menores ocorre até o momento em que essas estruturas turbulentas atingem dimensões pequenas o suficiente, da ordem de milímetros, para que a energia cinética turbulenta neles contida possa ser dissipada em forma de calor, pelo efeito da viscosidade. A escala de comprimento desses microvórtices pode ser obtida a partir de análise dimensional, considerando como parâmetros relevantes a energia a ser dissipada (que, devido à condição de

---

<sup>2</sup> KOLMOGOROV, A. N. Dissipation of energy on locally isotropic turbulence. **Dokl. Akad. Nauk SSSR**, 32, 19-21, 1941

equilíbrio é igual a  $\varepsilon$ ) e a viscosidade do fluido, que age no sentido de promover a dissipação. Sendo assim, pode-se obter a seguinte relação:

$$\eta_l = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (2-30)$$

Onde:

- $\eta_l$ : Escala de comprimento dos menores vórtices [L];
- $\nu$ : Viscosidade cinemática do fluido [ $L^2T^{-1}$ ];
- $\varepsilon$ : Taxa de transferência de energia [ $L^2T^{-3}$ ].

Ainda por análise dimensional, pode-se determinar as demais escalas características dos microvórtices, também conhecidas como escalas de Kolmogorov, descritas a seguir:

$$\eta_v = (\nu\varepsilon)^{1/4} \quad (2-31)$$

$$\eta_t = \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \quad (2-32)$$

Onde:

- $\eta_v$ : Escala de velocidade dos menores vórtices [ $LT^{-1}$ ];
- $\eta_t$ : Escala de tempo dos menores vórtices [T].

As relações entre as escalas de Kolmogorov e as escalas de formação podem ser feitas através da taxa de dissipação de energia  $\varepsilon$ , resultando:

$$\frac{\eta_l}{l_o} = Re^{-3/4} \quad (2-33)$$

$$\frac{\eta_v}{u_o} = Re^{-1/4} \quad (2-34)$$

$$\frac{\eta_t}{t_o} = Re^{-1/2} \quad (2-35)$$

$$Re = \frac{u_o l_o}{\nu} \quad (2-36)$$

Onde:

$Re$ : Número de Reynolds dos maiores vórtices

O número de Reynolds baseado nas escalas de Kolmogorov, ou seja, com  $\eta_l$  e com  $\eta_v$  resulta igual à unidade. Isso ocorre pois, para as microescalas, há um equilíbrio entre as forças viscosas e as características inerciais dos microvórtices. Esse equilíbrio indica que o processo de cascata leva a energia turbulenta do escoamento a escalas pequenas o suficiente para que a dissipação por efeitos viscosos seja efetiva. Em outras palavras, as microescalas de Kolmogorov caracterizam os menores vórtices possíveis do espectro antes que estes sejam dissipados em forma de calor por efeitos viscosos (Pope, 2000).

Entre as duas escalas, a de formação ( $l_o$  ou grandes vórtices) e a de dissipação ( $\eta_l$  ou pequenos vórtices), existe uma série de vórtices com escalas progressivamente menores sobre os quais a viscosidade não tem efeito significativo, sendo, portanto, influenciadas apenas por efeitos inerciais, que é a sub-gama inercial. Segundo Pope (2000), essa região é compreendida por vórtices com dimensões características variando desde  $l_o/6$  até  $60\eta_l$ .

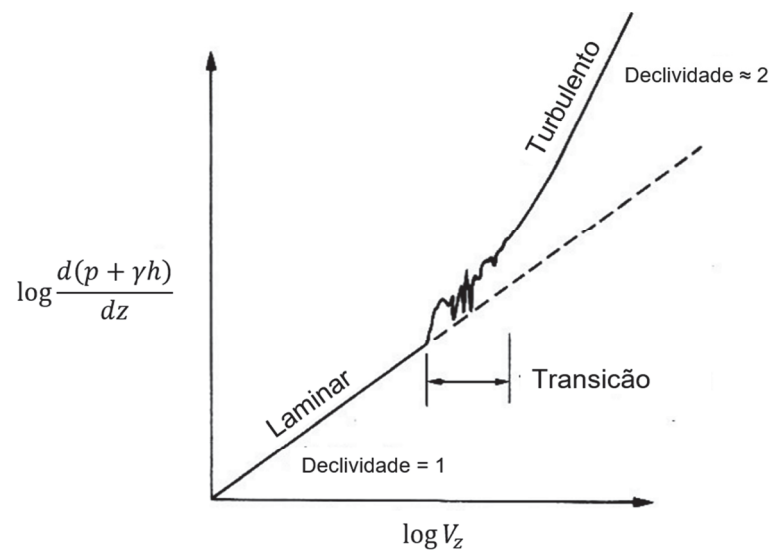
#### 2.2.5 Tensões decorrentes da flutuação turbulenta e viscosidade turbulenta

Conforme destacado por Daily e Harleman (1966), resultados experimentais mostram que a tensão tangencial decorrente de um fluxo turbulento é maior que o existente em um escoamento laminar. Isso fica evidenciado no gráfico da Figura 2.7, que relaciona a velocidade de um escoamento com a resistência (interpretado na forma de gradiente de pressão, ou perda de carga). Neste gráfico pode-se observar que, quando o escoamento se torna turbulento, ocorre um salto de 100 % ou mais no valor da resistência e um acréscimo na declividade da reta.

Esse aumento no valor da tensão tangencial observado em escoamentos turbulentos é decorrente da troca de quantidade de movimento existente entre partículas de diferentes camadas na presença de flutuações turbulentas. Isso ocorre quando as flutuações fazem com que partículas saiam de uma camada, com

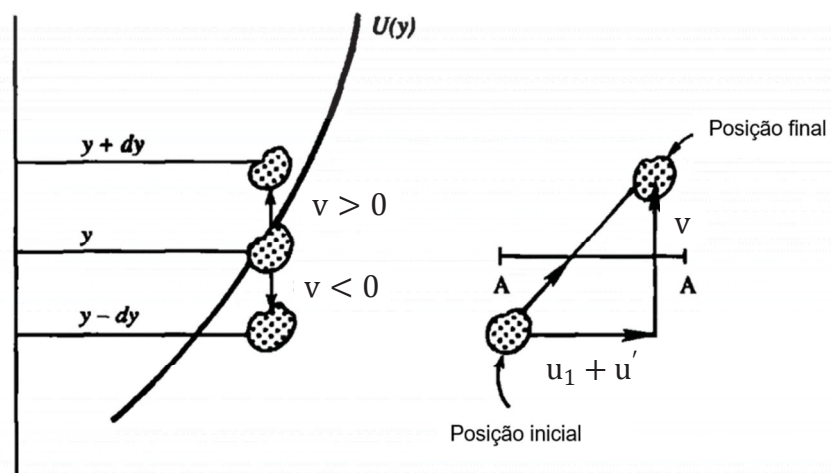
velocidade média  $u_1$  para outra camada com velocidade média  $u_2 = u_1 + u'$ , conforme indicado na Figura 2.8. Quando isto ocorre, aparecem tensões adicionais decorrentes da aceleração que o novo ambiente causa na partícula que foi transportada. Essas tensões tangenciais adicionais promediadas ao longo do tempo, também conhecidas como Tensões de Reynolds, podem ser expressas por  $-\rho \overline{v'u'}$ , considerando que o fluxo de massa entre as camadas é  $\rho v'$ .

FIGURA 2.7 – GRADIENTE DE PRESSÃO COM ESCOAMENTO TURBULENTO E LAMINAR



FONTE: Adaptado de DAILY E HARLEMAN (1966)

FIGURA 2.8 – TRANSPORTE DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO DEVIDO ÀS FLUTUAÇÕES



FONTE: Adaptado de KUNDU, (1990)

Este aumento das tensões num escoamento turbulento pode ser interpretado a partir do conceito de viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) conforme indicado na expressão (2-37). Essa maneira de analisar as tensões decorrentes das flutuações turbulentas em analogia com a tensão tangencial do escoamento laminar foi proposta inicialmente por Boussinesq<sup>3</sup> (1877, citado por Schlichting, 1968).

$$\tau_{\text{turb}} = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} + \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy} = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} - \rho \overline{v'u'} \quad (2-37)$$

Onde:

- $\tau_{\text{turb}}$  Tensões decorrentes das flutuações turbulentas [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ];
- $\bar{u}$  Velocidade média local [ $\text{LT}^{-1}$ ];
- $\mu$ : Viscosidade dinâmica, dependente das características do fluido [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ ];
- $\mu_t$ : Viscosidade turbulenta, dependente das características do escoamento turbulento [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ ].

Considerando as 3 dimensões do sistema cartesiano são encontradas 9 componentes para as tensões decorrentes das flutuações turbulentas. Essas tensões estão indicadas na equação (2-38) no chamado Tensor de tensões de Reynolds ou apenas Tensor de Reynolds (Kundu, 1990).

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{u'w'} \\ -\rho \overline{v'u'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{v'w'} \\ -\rho \overline{w'u'} & -\rho \overline{w'v'} & -\rho \overline{w'^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{yx} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} & \tau'_{zy} & \sigma'_z \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

Onde:

- $\sigma'_i$ : Tensão normal turbulenta, atuante na direção  $i$  [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ];
- $\tau'_{ij}$ : Tensão tangencial turbulenta na direção  $j$ , causada pela flutuação de velocidade na direção  $i$  [ $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ];

---

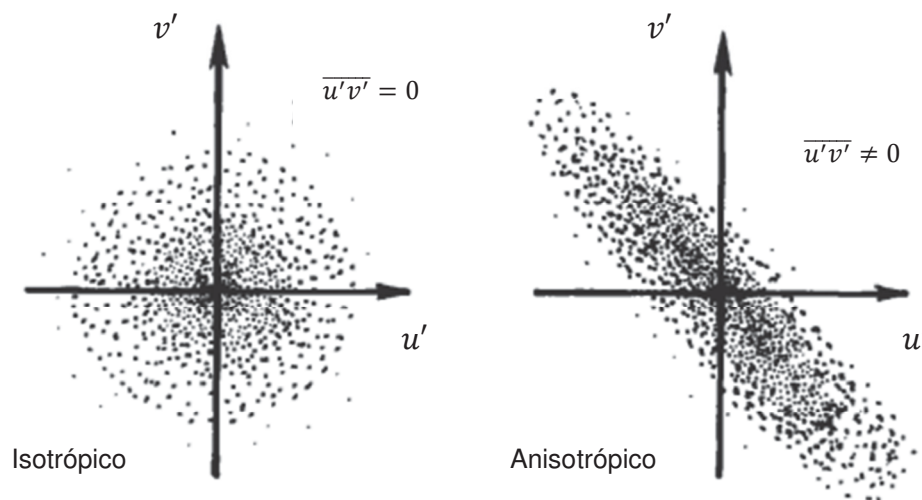
<sup>3</sup> BOUSSINESQ, J. **Téorie de l'écoulement tourbillant**. Paris: Mén. Prés. Acad. Sci. XXIII, 1877.

Lembrando que:

$$\tau'_{ij} = \tau'_{ji} = -\rho \overline{v'_i v'_j} \quad (2-39)$$

Conforme indicado na Figura 2.9, se as flutuações forem completamente isotrópicas, as componentes não diagonais do tensor de Reynolds desaparecem e o padrão do gráfico que relaciona as flutuações turbulentas em duas direções torna-se esfericamente simétrico. O mesmo não ocorre para o caso de tensões decorrente de flutuações anisotrópicas, ou seja, quando as flutuações possuem um sentido preferencial de atuação. Nesse caso, conforme pode ser observado, a média das tensões tangenciais não é igual a zero (Kundu, 1990).

FIGURA 2.9 – CAMPOS DE ESCOAMENTO ISOTRÓPICOS E ANISOTRÓPICOS



FONTE: Adaptado de Kundu (1990)

### 2.3 MODELOS DE ESCOAMENTO MÉDIO

Este capítulo foi baseado quase que em sua totalidade nos trabalhos de Daily e Harleman (1966), Rosman (1989) e Pope (2000).

Com base nos conceitos descritos nos itens anteriores percebe-se que para realizar a modelagem de escoamentos a partir do uso das equações de Navier-Stokes tais quais elas são, é necessário que a resolução matemática do sistema se



dê até as escalas capazes de reproduzir os vórtices onde ocorre a dissipação viscosa. Isso significa que, para resolvermos os pequenos vórtices (de dimensão  $\eta_l$ ) de maneira adequada, seriam necessários um número de pontos de discretização conforme indicado na equação abaixo:

$$N = \mathcal{O} \left( \text{Re}^{9/4} \right) \quad (2-40)$$

Onde:

- N: Número de pontos de discretização do sistema, considerando discretização da ordem de  $\eta_l/2$ ;
- $\mathcal{O}$ : Constante de proporcionalidade;
- Re: Número de Reynolds do escoamento.

Considerando um escoamento com número de Reynolds da ordem de  $10^8$ , comuns para corpos de água de grandes dimensões, concluímos que para a resolução do problema com o uso das equações de Navier-Stokes, seria necessário a resolução de um sistema com  $10^{18}$  equações. Essa tarefa torna-se impraticável pois, além de exceder a capacidade de processamento dos supercomputadores atuais e, possivelmente, futuros, demandaria a definição de condições de contorno para as escalas viscosas. Atualmente, esse tipo simulação com a resolução das equações de Navier-Stokes para todas as escalas de movimento (conhecida como DNS ou *Direct Numerical Simulation*) tem sido aplicado apenas a escoamentos com número de Reynolds pequeno (Pope, 2000).

Uma maneira para contornar esse problema é promover uma simplificação matemática nas equações através da separação do escoamento em uma parcela de grande escala, ou “média” e outra de pequena escala ou “flutuação”, na qual apenas os efeitos globais sejam contemplados. Essa simplificação torna possível a resolução do escoamento “médio” a partir de um modelo determinístico em detrimento de detalhes a respeito das flutuações turbulentas. Com isso, tomado como base o exemplo de um escoamento com número de Reynolds da ordem de  $10^8$ , o número de pontos necessários no sistema se reduziria a algo em torno de  $10^5$  (Rosman, 1989).

Segundo Pope (2000), existem basicamente duas formas de se realizar essa separação. A primeira delas é através da aplicação de técnicas de filtragens, que consiste na abordagem LES ou *Large Eddy Simulation*. A segunda maneira é através da utilização de uma média temporal, que é decorrente da solução das equações de Reynolds, também conhecidas como RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Este trabalho foi realizado com base na abordagem de Reynolds, de forma que as técnicas de filtragem (LES) e de simulação numérica direta (DNS) não serão abordadas em detalhe.

A seguir serão descritos dois métodos clássicos para promover a separação do escoamento em parcelas de grande escala e de pequena escala para a utilização da abordagem promediada.

### 2.3.1 Média Temporal de Reynolds

As equações de Navier-Stokes são gerais, sendo, portanto, aplicáveis tanto para escoamentos turbulentos quanto para escoamentos não turbulentos. Entretanto, sua aplicação no sentido de relacionar as condições de contorno do escoamento com as características do movimento do fluido não é possível devido à complexidade da turbulência, evidenciada na não linearidade das equações. Uma forma de contornar esse problema foi proposta por Reynolds e é decorrente da interpretação de que um escoamento turbulento é composto da soma de uma parcela média, relacionada às características globais do fluxo, e das flutuações propriamente ditas. Com isso é possível reescrever as equações de Navier-Stokes em uma forma que permite a determinação das características globais do escoamento, muito embora não se consiga determinar os detalhes das flutuações.

A separação do escoamento turbulento em uma parte média ou de grande escala e em uma parte de flutuação ou de pequena escala é feita conforme indicado na Figura 2.4 e na Equação (2-41). Essa equação é chamada de decomposição de Reynolds.

$$u_i = u'_i + \bar{u}_i \quad (2-41)$$

Onde:

- $u_i$ : Velocidade instantânea em cada direção [ $LT^{-1}$ ];
- $u'_i$ : Flutuação de velocidade em cada direção [ $LT^{-1}$ ];

$\bar{u}_i$ : Velocidade média em cada direção [ $LT^{-1}$ ];

A determinação dos valores médios para as componentes da velocidade e para a pressão do fluido se dá pela Equação (2-42). Conforme pode-se observar, a utilização dessa equação implica em assumir que o escoamento é estatisticamente estacionário, ou seja, cujas características médias são independente do tempo. Para esse tipo de escoamento valem os postulados de Reynolds, indicados na Equação (2-43) (Schlichting, 1968) (Rosman, 1989). Entretanto, escoamentos estatisticamente estacionários raramente ocorrem em casos reais de interesse para a engenharia. Por esse motivo, o conceito de estacionariedade é relaxado utilizando-se uma média temporal com base em um período de tempo pequeno o suficiente para não influir nos efeitos de grande escala, mas suficientemente grandes para eliminar as flutuações de pequena escala.

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} u_i dt \quad (2-42)$$

$$\bar{\bar{u}}_i = \bar{u}_i \quad ; \quad \bar{\bar{u}}' = 0 \quad ; \quad \bar{\bar{u}u'} = 0 \quad (2-43)$$

Ao se aplicar a decomposição de Reynolds (Equação 2-41) nas equações de Navier-Stokes, equações (2-22) a (2-24), são obtidas as chamadas equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS – *Reynolds Averaged Navier-Stokes*), indicadas a seguir:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \bar{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (2-44)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \bar{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v'w'}}{\partial z} \right) \quad (2-45)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) - \left( \frac{\partial \bar{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w'^2}}{\partial z} \right) \quad (2-46)$$

Onde:

- $p$ : Pressão local  $[ML^{-1}T^{-2}]$ .
- $\nu$ : Viscosidade cinemática  $[L^2T^{-1}]$ .
- $\bar{u}$ : Velocidade média do fluido na direção  $x$   $[LT^{-1}]$ ;
- $\bar{v}$ : Velocidade média do fluido na direção  $y$   $[LT^{-1}]$ ;
- $\bar{w}$ : Velocidade média do fluido na direção  $z$   $[LT^{-1}]$ .
- $u'$ : Flutuação da velocidade do fluido na direção  $x$   $[LT^{-1}]$ ;
- $v'$ : Flutuação da velocidade do fluido na direção  $y$   $[LT^{-1}]$ ;
- $w'$ : Flutuação da velocidade do fluido na direção  $z$   $[LT^{-1}]$ .
- $\bar{\phantom{x}}$ : Média temporal da variável.

Considerando a decomposição de Reynolds na equação da continuidade para um fluido incompressível resulta conforme indicado em (2-47).

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2-47)$$

Como pode ser observado, as equações de Reynolds são muito semelhantes às equações de Navier-Stokes. O que as diferenciam são, em primeiro lugar, os termos dependentes, que para as RANS são as médias temporais das componentes do campo de velocidade e, por fim, os termos representado as correlações entre as flutuações de velocidade (ou tensões turbulentas).

A aparição desses termos relacionados com as flutuações turbulentas impedem a solução das equações apenas nas grandes escalas. Logo, para permitir a utilização das RANS, é necessária a utilização de artifícios para modelar de maneira simplificada os efeitos das tensões de Reynolds. Esses procedimentos são conhecidos como *Modelos de Turbulência* e são descritos com mais detalhes no item 2.4 deste trabalho.

Rosman (1989) lista como principal limitação decorrente da utilização do conceito de média relaxada o fato de que, para escoamentos não permanentes, os postulados de Reynolds (Equação 2-43) não passam de uma aproximação. Isso significa que, ao se utilizar a média temporal relaxada para a separação do

escoamento, o termo a ser modelado, ou seja, o último termo das Equações (2-44) a (2-46), não se restringe apenas aos efeitos existentes na escala de dissipação viscosa. Isso ocorre pois, conforme já discutido anteriormente, a discretização espacial do problema em malhas com dimensões suficientes para reproduzir todos os vórtices da escala de dissipação não é viável por limitações computacionais. Isso faz com que grande parte do espectro de energia não possa ser contemplado, tornando necessária a utilização de modelos alternativos de fechamento da turbulência para reproduzir os efeitos sub-malha (Alamy Filho, 2006).

### 2.3.2 Média Estatística

A separação do escoamento através da média estatística parte do pressuposto que, embora o valor instantâneo das flutuações turbulentas varie ao longo do tempo, depois de decorrido certo número suficientemente grande de realizações, suas estatísticas convergirão. Sendo assim, a média das variáveis turbulentas podem ser obtidas a partir da Equação (2-48), abaixo:

$$\bar{u}(x_i, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u^{(n)}(x_i, t) \quad (2-48)$$

Onde:

- $\bar{u}$ : Velocidade média do fluido na direção  $x$  [ $LT^{-1}$ ];
- $N$ : Número total de realizações;
- $n$ : Número de realizações.

A grande limitação da utilização desse método é que, conforme observado na Equação (2-48), as escalas de comprimento ou de tempo não estão explícitas, sendo, a definição do que seria o escoamento de grande escala e o de pequena escala (ou sub-malha) apenas função do número de realizações. Isso faz com que esse tipo de processo de separação seja pouco utilizado em modelos numéricos, servindo mais como uma ferramenta de análise teórica (Rosman, 1989).

## 2.4 ESQUEMAS DE FECHAMENTO DA TURBULÊNCIA

Conforme já discutido, a solução das equações de Navier-Stokes no nível das escalas onde os efeitos viscosos têm sentido físico geraria um sistema com um número tão grande de equações que tornaria impossível sua aplicação em escoamentos reais, com número de Reynolds frequentemente superiores a  $10^5$ . Por esse motivo, conforme discutido no item 2.3, Reynolds propôs uma abordagem pela qual se torna possível calcular as características médias do escoamento em detrimento de detalhes a respeito das flutuações turbulentas. Através dessa abordagem, a caracterização de um escoamento tridimensional é feita mediante quatro equações sendo elas, as equações de Reynolds para as 3 dimensões e a equação da continuidade.

Como pode ser constatado, o sistema de equações proposto por Reynolds é aberto, ou seja, existe um número maior de variáveis que o número de equações disponíveis para a sua solução. As variáveis existentes nesse sistema de equações são: as três componentes da velocidade, a pressão, e as seis tensões de Reynolds (ver tensor de Reynolds no item 2.3). Esse fato, conhecido na literatura como problema de fechamento (ou truncamento) das equações, impede a determinação das características do escoamento médio, a não ser que os efeitos causados pelas tensões de Reynolds no escoamento médio possam ser determinados de alguma forma alternativa (Pope, 2000).

A forma utilizada para contornar o problema de fechamento é a utilização dos modelos de turbulência. Segundo Launder e Spalding (1972), um modelo de turbulência consiste em um conjunto de equações que, quando solucionadas em conjunto com as equações do escoamento médio, permite a simulação dos aspectos importantes das tensões de Reynolds no comportamento médio do fluido. Existe, atualmente, uma infinidade de modelos de turbulência, podendo, os mais comuns, ser organizados conforme indicado abaixo (Friedrich, 2004):

1. Esquemas utilizando o conceito de viscosidade turbulenta (modelos de 1ª ordem);
  - 1.a. Modelos algébricos;
  - 1.b. Modelos com uma equação diferencial;
  - 1.c. Modelos com duas equações diferenciais.

2. Modelos simulando o transporte das tensões de Reynolds (modelos de 2ª ordem);
  - 2.a. Modelos algébricos;
  - 2.b. Modelos com equações diferenciais.

A seguir, nos capítulos 2.4.1 e 2.4.2, são feitas considerações a respeito desses modelos.

Existem ainda modelos de turbulência desenvolvidos para serem utilizados em conjunto com técnicas de filtragem, ao invés das equações de Reynolds. Esses modelos, entretanto, não fazem parte do escopo deste trabalho. Maiores detalhes a respeito deste tema podem ser encontrados nos trabalhos de Pope (2000) e Rosman (1989).

#### 2.4.1 Esquemas utilizado o conceito de viscosidade turbulenta

Esse conjunto de modelos é baseado no conceito de viscosidade turbulenta, já discutida, de maneira preliminar no item 2.2.5 deste trabalho. Conforme indicado, o aumento aparente da viscosidade do fluido em escoamentos turbulentos, caracterizado pela viscosidade turbulenta, decorre da existência de tensões adicionais geradas pelas flutuações.

A primeira tentativa de modelagem das tensões de Reynolds foi feita por Boussinesq ao associar a tensão tangencial decorrente das flutuações turbulentas (ou tensões aparentes) com a lei de Stokes para a viscosidade molecular. Dessa tentativa resultou nas equações (2-49) e (2-50), que também foi apresentada no item 2.2.5 deste trabalho. Nesta equação foi desprezada a contribuição da viscosidade cinemática por ser de pequena magnitude se comparada com a turbulenta, comum à maioria dos casos de interesse para a engenharia de recursos hídricos.

$$\tau_{\text{turb}} = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy} = -\rho \overline{v'u'} \quad (2-49)$$

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (2-50)$$

Onde:

$\bar{u}$	Velocidade média local [ $LT^{-1}$ ];
$y$ :	Distância à parede [ $L$ ];
$\mu_t$ :	Viscosidade dinâmica turbulenta, dependente das características do escoamento turbulento [ $ML^{-1}T^{-1}$ ];
$\rho$ :	Densidade do fluido [ $ML^{-3}$ ];
$\nu_t$ :	Viscosidade cinemática turbulenta [ $L^2T^{-1}$ ].

Evidentemente, esse tipo de modelo possui uma desvantagem conceitual muito forte, que é o fato de que, ao contrário do proposto por Stokes, o coeficiente de viscosidade turbulenta não é uma característica do fluido e sim do escoamento. Dessa maneira, para tornar sua utilização possível, é necessário correlacionar o coeficiente  $\nu_t$  com o campo de velocidade do escoamento médio. Esse é o objetivo básico dos modelos que são apresentados na sequência (Schlichting, 1968).

#### 2.4.1.1 Modelos algébricos para a viscosidade turbulenta

Segundo Pope (2000), nesse tipo de modelo de turbulência busca-se reproduzir a viscosidade turbulenta  $\nu_t$  através de equações algébricas. Essas equações, em geral, consideram a multiplicação de uma escala de velocidade por uma escala de comprimento, resultando na mesma dimensão da viscosidade cinemática  $\nu_t$  ( $L^2T^{-1}$ ).

##### Comprimento de mistura de Prandtl (1925)

Uma importante contribuição nesse sentido foi feita por Prandtl<sup>4</sup> (1912, citado por Schlichting, 1968) a partir da introdução do conceito de comprimento de mistura. O comprimento de mistura de Prandtl, em analogia à teoria cinética dos gases, é a distância a ser percorrida por uma partícula no sentido transversal ao fluxo até que esta tenha sua quantidade de movimento igualada à da nova camada. Isso ocorre devido ao choque dessa partícula com as partículas das camadas

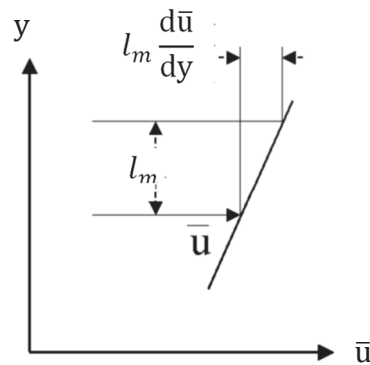
---

<sup>4</sup> PRANDTL, L. Über die ausgebildete Turbulenz. **ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, v. 5, p. 136 - 139, 1925



adjacentes (com velocidade diferente da camada de origem), conforme o esquema indicado na Figura 2.10.

FIGURA 2.10 – ESQUEMA REPRESENTATIVO DO COMPRIMENTO DE MISTURA



FONTE: Adaptado de DAILY e HARLEMAN (1966)

A ideia básica de Prandtl, é que a magnitude das flutuações no sentido do fluxo principal é proporcional ao comprimento de mistura multiplicado pelo gradiente da velocidade no sentido percorrido pela partícula, o que, matematicamente resulta na equação (2-51). Outra ideia importante da teoria de Prandtl é que, uma vez que a condição de continuidade necessita ser mantida em qualquer instante de tempo, as flutuações transversais ao fluxo principal são proporcionais às flutuações no sentido longitudinal, resultando na equação (2-52).

$$u' = l_m \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2-51)$$

$$v' \propto u' = l_m \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2-52)$$

Onde:

- $u'$ : Flutuações turbulentas na direção principal do fluxo [ $LT^{-1}$ ];
- $v'$ : Flutuações turbulentas em uma das direções transversal ao fluxo [ $LT^{-1}$ ];
- $\bar{u}$ : Velocidade média na direção principal do fluxo [ $LT^{-1}$ ];
- $\bar{v}$ : velocidade média transversal ao fluxo [ $LT^{-1}$ ];

$l_m$ : Comprimento de mistura de Prandtl [L].

Levando as equações (2-51) e (2-52) na equação (2-53) resulta no modelo de turbulência do comprimento de mistura de Prandtl (Schlichting, 1968).

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho \overline{v'u'} = \rho l_m^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 \quad (2-53)$$

Comparando a equação acima com a aproximação de Boussinesq tem-se o seguinte valor para a viscosidade dinâmica turbulenta  $\mu_t$ :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2-54)$$

Evidentemente, para a aplicação do modelo proposto por Prandtl, faz-se necessário especificar um valor para  $l_m$ , de forma que, o problema de indefinição é apenas transferido para outra variável. Segundo Eiger (1989), o comprimento de mistura representa de alguma maneira os vórtices característicos do escoamento, sendo, portanto, variável de um tipo de escoamento para outro e de uma região do fluxo para outra. Por essa razão, o comprimento de mistura deve ser pequeno nas proximidades do contorno e maior nas regiões mais afastadas dele. Segundo Launder e Spalding (1972), Prandtl sugeriu que fosse adotado a distância até o contorno mais próximo. Launder e Spalding (1972) apresentam, também uma sugestão de valores de  $l_m$  de acordo com alguns tipos de escoamento.

#### Similaridade de Von Kármán (1930)

Com o objetivo de relacionar a variação do comprimento de mistura de Prandtl com as coordenadas espaciais do escoamento, von Kármán<sup>5</sup> (1930, citado por Schlichting, 1968) desenvolveu um modelo baseado nas hipóteses de que as flutuações são similares em todos os pontos do escoamento diferenciando-se de

---

<sup>5</sup> VON KARMAN, T. **Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz**. Berlin: Weidmannsche Buch, 1930.

ponto a ponto apenas pelas escalas de tempo e velocidade. A partir da premissa que a velocidade características das flutuações turbulentas pode ser dada pela velocidade de corte  $v_*$ , seguindo o desenvolvimento apresentado por Schlichting (1968), tem-se a seguinte expressão para o comprimento de mistura  $l_m$ :

$$l_m = \kappa \left| \frac{d\bar{u}/dy}{d^2\bar{u}/dy^2} \right| \quad (2-55)$$

Onde:

$\kappa$ : Constante de von Kármán [-].

Para a região do perfil de velocidades onde é válida a distribuição logarítmica de velocidades ao longo da vertical, pode-se comprovar a equação (2-56) (Pope, 2000):

$$l_m = \kappa y \quad (2-56)$$

Onde:

$y$ : Distância com origem no contorno do escoamento [L].

Assim, levando a equação (2-55) na equação (2-53) resulta na equação (2-57):

$$\tau_{\text{turb}} = \rho \kappa^2 \frac{(d\bar{u}/dy)^4}{(d^2\bar{u}/dy^2)^2} \quad (2-57)$$

Muitos autores sugerem que a constante de Von Kármán ( $\kappa$ ) é universal e se aproxima do valor de 0,4. Entretanto, experiências mostram que em alguns casos, como na presença de sedimentos em suspensão, esse valor pode ser alterado (Eiger, 1989).

### Viscosidade turbulenta em função de escalas de velocidade e de comprimento

Os modelos de turbulência incluídos nessa classe são baseados no princípio de que a viscosidade cinemática turbulenta é função de uma escala de velocidade ( $v_e$ ), uma escala de comprimento ( $l_e$ ) e uma função espacial  $f$  com grau de liberdade limitado, conforme indicado na equação (2-58) (Launder & Spalding, 1972).

$$v_t = v_e l_e f \quad (2-58)$$

Keefer<sup>6</sup> (1971), citado por Wilson et al (2002) considera a velocidade de corte ( $v^*$ ) como escala de velocidade representativa e a profundidade do escoamento ( $h$ ) como escala de comprimento. Assim, a equação (2-58) resulta conforme indicado na equação (2-59).

$$v_t = \beta v^* h \quad (2-59)$$

Onde:

$\beta$ : Coeficiente de dispersão [ - ]

Wilson et al (2002) citam que o coeficiente  $\beta$  pode variar desde 0,06, para canais assimétricos, até 0,27, para canais simétricos.

A Tabela 2.1 resume alguns dos modelos de turbulência para simulações bidimensionais que levam em consideração esse conceito. Dos modelos indicados nesta tabela se destaca o modelo tipo Elder. Este modelo propõe a divisão da turbulência em uma parcela longitudinal e outra transversal à direção do fluxo, conforme indicado nas equações indicadas na Tabela 2.1, e foi desenvolvido a partir observações experimentais e cálculos baseados no perfil de velocidades ao longo da camada logarítmica. Nessas observações, Elder (1959) sugeriu os valores de 5,93 e 0,23 para os coeficientes  $\alpha_l$  e  $\alpha_t$ , respectivamente, para canais retilíneos e homogêneos, conforme aquele utilizado nos ensaios que basearam o

---

<sup>6</sup> KEEFER, T. N., **The Relation of Turbulence to Diffusion in Open Channel**, PHD Thesis – Department of Civil Engineering, Colorado State University, 1971.

desenvolvimento deste modelo. Mais tarde, Moulin<sup>7</sup>, citado por Wilson, Et al (2002), propôs a utilização dos coeficientes  $\alpha_t = 0,6$  e  $\alpha_l = 6,0$ . Estes mesmos coeficientes foram sugeridos por Hervouet (2007).

Existem ainda alguns modelos de turbulência específicos para reprodução da viscosidade turbulenta ao longo da direção vertical. Esses modelos seguem, em geral, o mesmo princípio do comprimento de mistura de Prandtl, expresso na Equação (2-54). Hervouet (2007) e EDF R&D (2016) listam uma série de modelos, indicados na Tabela 2.2 que podem ser utilizados em simulações tridimensionais realizadas com o programa Telemac 3D. Todos os modelos indicados nessa tabela seguem as equações base indicadas abaixo:

$$v_t = l_m^2 \sqrt{2D_{ij}D_{ij}} \quad (2-60)$$

Onde, assumindo que os gradientes de velocidade horizontais são negligenciáveis, tem-se:

$$D_{ij} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (2-61)$$

---

<sup>7</sup> Moulin, C., **Anisotropie de la Dispersion pour le Transport Bidimensionnel dans le Systeme TELEMAT**, EDF Internal Report, HE-43/95/016/A, Department Laboratoire National d'Hydraulique, EDF Chatou, Paris

TABELA 2.1 – LISTA DE ALGUNS MODELOS ALGÉBRICOS DE VISCOSIDADE TURBULENTA EM FUNÇÃO DE ESCALAS DE VELOCIDADE E DE COMPRIMENTO – SIMULAÇÕES 2D

Modelo	Equação
KING <sup>8</sup> (1997, citado por Friedrich, 2004)	$v_{te} = v \Delta x \frac{1}{Re_{malha}}$ <p>Onde:</p> <p><math>v_{te}</math>: Viscosidade turbulenta em cada elemento [<math>L^2T^{-1}</math>];</p> <p><math>\Delta x</math>: Dimensão do elemento na direção do fluxo [L];</p> <p><math>v</math>: Velocidade do escoamento na direção do fluxo [<math>LT^{-1}</math>];</p> <p><math>Re_{malha}</math>: Número de Reynolds da malha, a ser calibrado</p>
Smagorinsky <sup>9</sup> (1963, citado por Hervouet, 2007)	$v_t = C_s^2 \Delta^2 \sqrt{2D_{ij}D_{ij}}$ <p>Onde:</p> <p><math>C_s</math>: Coeficiente adimensional;</p> <p><math>\Delta</math>: Tamanho da malha [L];</p> <p><math>D_{ij}</math>: Tensor de taxa de deformação do escoamento médio</p>
Modelo Elder (Hervouet, 2007)	$v_{tt} = \alpha_t v_* h$ $v_{tl} = \alpha_l v_* h$ <p>Onde:</p> <p><math>v_{tt}</math>: Viscosidade turbulenta no sentido transversal ao fluxo;</p> <p><math>v_{tl}</math>: Viscosidade turbulenta no sentido longitudinal ao fluxo;</p> <p><math>\alpha_t</math>: Coeficiente de dispersão transversal;</p> <p><math>\alpha_l</math>: Coeficiente de dispersão longitudinal;</p> <p><math>v_*</math>: velocidade de corte</p>
River 2D (Steffler & Blackburn, 2002)	$v_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \frac{h\sqrt{U^2 + V^2}}{C_s} + \varepsilon_3^2 \sqrt{2 \frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + 2 \frac{\partial V}{\partial y}}$ <p>Onde:</p> <p><math>\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3</math>: Coeficientes empíricos;</p> <p><math>C_s</math>: Coeficiente adimensional de atrito de Chézy</p>

<sup>8</sup> KING, I. P. *et al*, **Users guide to RMA2 WES version 4.3** [S.I.]; B. F. Donnel, 1997. Manual do software RMA2I

<sup>9</sup> SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. **Monthly Weather Review**, Washington D.C., v. 93, n. 3, p. 99-164, March 1963

TABELA 2.2 – LISTA DE ALGUNS MODELOS ALGEBRICOS DE VISCOSIDADE TURBULENTA PARA A VERTICAL – TELEMAC 3D

Modelo	Equação
Modelo Clássico de Prandtl	$\begin{cases} \text{se } y \leq 0,2h; l_m = \kappa y \\ \text{se } y \geq 0,2h; l_m = 0,2 \kappa h \end{cases}$
Nezu e Nakagawa	$l_m = \kappa y \sqrt{1 - \frac{z}{h}}$
Quentin	$l_m = \frac{1}{\frac{1}{\kappa z} + \frac{1}{0,65d}}$
Tsanis	$\begin{cases} \text{se } y \leq 0,2h; l_m = \kappa z \\ \text{se } 0,2h \leq y \leq 0,8h; l_m = 0,2 \kappa h \\ \text{se } y \geq 0,8h; l_m = 0,2 \kappa d \end{cases}$

Onde:

- $z$ : Distância vertical do fundo do escoamento [L];  
 $h$ : Profundidade do escoamento [L];  
 $d$ : Distância da posição até a superfície livre [L];

#### 2.4.1.2 Modelos para a viscosidade turbulenta com uma equação diferencial

Uma análise dos modelos de turbulência que consideram o conceito de comprimento de mistura mostra uma série de desvantagens, das quais, algumas delas são listadas abaixo:

- Os modelos baseados no comprimento de mistura consideram que em caso de gradiente de velocidades nulo, não ocorrem flutuações turbulentas, uma vez que a escala de velocidade adotada no modelo é  $v_e = l_m \cdot dv/dy$ . Observações mostram que isso nem sempre é verdade, como, por exemplo, ao longo da linha central de um tubo (Pope, 2000);
- Os modelos de comprimento de mistura consideram que a fonte geradora da turbulência é local, ou seja, as flutuações que ocorrem em certo ponto são geradas nesse mesmo local. Evidentemente isso não é verdade uma vez que, geralmente, as flutuações observadas em um ponto podem ter sido geradas em uma região a montante

(como, por exemplo, no desenvolvimento da camada limite) ou a jusante (como por exemplo em circulações) (Launder & Spalding, 1972).

### Modelo de Prandtl e Kolmogorov

No final dos anos 1940, Prandtl e Kolmogorov sugeriram que a determinação da viscosidade turbulenta deveria ser feita com o auxílio de uma equação diferencial de transporte para caracterizar uma das variáveis turbulentas. A energia cinética turbulenta por unidade de massa, indicada na equação (2-62), é o parâmetro normalmente utilizado pois, além de reproduzir a intensidade das flutuações, ao se tomar a sua raiz quadrada, obtém-se uma grandeza com mesma dimensão de velocidade, podendo, portanto, ser utilizada como valor característico para esta grandeza (Launder & Spalding, 1972).

$$k = \frac{\text{E. cin. turbulenta média}}{\text{massa}} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2-62)$$

Onde:

$k$ : Energia cinética turbulenta por unidade de massa [ $L^2T^{-2}$ ].

A equação (2-63) representa a equação diferencial utilizada no modelo para o transporte da energia cinética turbulenta em um escoamento bidimensional. O termo localizado no lado esquerdo representa a taxa de troca de energia cinética ao longo de uma linha de corrente. O primeiro termo no lado direito representa os efeitos difusivos. O segundo termo, também chamado de termo fonte ou produtor, pode ser representado pela energia cinética média do escoamento. Por fim, o último termo representa a taxa de dissipação da energia cinética devido aos efeitos viscosos (LAUNDER E SPALDING, 1972) (POPE, 2000).

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot \left( \frac{\eta}{\sigma_k} \nabla k \right) + \mathcal{P} - \varepsilon \quad (2-63)$$

Sendo:



$$\eta = c l_m \sqrt{k} \quad (2-64)$$

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{2/3}}{l_m} \quad (2-65)$$

Onde:

- $\sigma_k$ : Número de Prandtl para a energia cinética turbulenta, normalmente assumido como sendo igual à unidade;
- $\mathcal{P}$ : Termo fonte ou produção, pode ser assumido como sendo a energia cinética média do escoamento (Launder & Spalding, 1972);
- $\varepsilon$ : Termo dissipativo por ação da viscosidade;
- $c$ : Constante do modelo, aproximadamente igual a 0,55;
- $C_D$ : Constante do modelo, aproximadamente igual a  $c^3$  para regiões governadas pela distribuição logarítmica de velocidades.

Na prática, esse tipo de modelo tem sido pouco utilizado pois, além de aumentar muito o custo computacional quando comparado com modelos com equações algébricas, não representa um ganho significativo em precisão, uma vez que ainda se necessita impor uma escala de comprimento  $l_m$ .

#### Outros modelos de turbulência com uma equação diferencial

Launder e Spalding (1972) citam outras formulações que consideram equações semelhante à equação (2-63) com, entretanto, algumas variantes para a definição dos termos.

##### 2.4.1.3 Modelos para a viscosidade turbulenta com duas equações diferenciais

Os modelos de turbulência utilizando duas equações diferenciais surgiram como uma extensão dos modelos com uma equação, logo, além do transporte da energia cinética turbulenta ( $k$ ), buscam reproduzir outra variável auxiliar. Como consequência da utilização de uma segunda equação diferencial, tem-se um modelo de turbulência mais geral, no qual não é necessário a introdução de um valor para o

comprimento de mistura  $l_m$  e que têm se mostrado bem-sucedidos (EIGER, 1989; POPE, 2000).

A seguir serão descritos alguns dos principais modelos de turbulência que consideram duas equações diferenciais de transporte em sua formulação. Por ser o modelo mais amplamente utilizado atualmente, é dada maior ênfase ao modelo  $k - \varepsilon$ .

### Modelo $k - \omega$

Kolmogorov<sup>10</sup> (1942, citado por Wilcox, 1994) foi o primeiro pesquisador a sugerir a utilização de um modelo com duas equações diferenciais de transporte em sua formulação. Ele sugeriu que, além de uma equação para a energia cinética turbulenta, fosse utilizada uma segunda equação para reproduzir uma propriedade denominada dissipação por unidade de energia cinética, ou então, taxa de dissipação de energia por unidade de volume e tempo  $\omega$ . A relação física dessa propriedade com as escalas externas, ou de produção, se dá a partir do entendimento que ela representa, de certa maneira, uma frequência média, que pode ser determinada por (2-66):

$$\omega = C_\mu \sqrt{k} / l_m \quad (2-66)$$

A partir dessa primeira versão, o modelo desenvolvido por Kolmogorov foi sendo implementado por diversos autores, sendo a versão apresentada neste trabalho a proposta por Wilcox (1988, citado por Wilcox 1994).

A ideia básica do modelo consiste em relacionar indiretamente a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, que ocorre nos pequenos vórtices e, portanto, deveria ser modelada utilizando suas propriedades, com a taxa de transferência de energia para esses vórtices. A vantagem de usar essa relação indireta reside no fato de que a transferência da energia cinética através da cascata

---

<sup>10</sup> KOLMOGOROV, A.N. Equations of turbulent motion in an incompressible fluid. **Izv. Akad. Nauk. SSSR ser. Fiz.** 6, 56-58, 1942.

pode ser determinada a partir de propriedades dos maiores vórtices, ou da escala de produção.

Assim, de acordo com o desenvolvimento apresentado por Wilcox (1994), as equações do modelo  $k - \omega$  são apresentadas nas equações (2-67) a (2-71).

Viscosidade turbulenta dinâmica:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2-67)$$

Energia cinética turbulenta, apresentada na forma da soma de Einstein:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial k}{\partial x_j} (\mu + \sigma^* \eta) \right] \quad (2-68)$$

Taxa de dissipação específica, apresentada na forma da soma de Einstein:

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial x_j} (\mu + \sigma \eta) \right] \quad (2-69)$$

Coeficientes de fechamento

$$\alpha = 5/9; \quad \beta = 3/40; \quad \beta^* = 9/100; \quad \sigma = 1/2; \quad \sigma^* = 1/2. \quad (2-70)$$

Relações auxiliares

$$\varepsilon = \beta^* \omega k; \quad l_m = \frac{\sqrt{k}}{\omega}; \quad (2-71)$$

### Modelo $k - \varepsilon$

Segundo Wilcox (1994), esse modelo, além da equação diferencial já descrita para a energia cinética turbulenta  $k$ , é utilizada uma equação adicional para reproduzir a taxa de dissipação da energia  $\varepsilon$ .

Na definição do modelo  $k - \varepsilon$  buscou-se, primeiramente, encontrar a equação exata para o transporte da taxa de dissipação de energia. Conforme destacado por Wilcox (1994), essa forma exata resulta numa equação muito

complexa, tendo sido necessário, portanto, encontrar uma maneira apropriada de simplifica-la e proceder seu correto fechamento. Dessa maneira, a equação diferencial utilizada no modelo  $k - \varepsilon$  para o transporte da taxa de dissipação da energia cinética é uma simplificação que se aproxima muito da equação exata, uma vez que seu fechamento é feito com constantes parametrizadas pelas características dos grandes vórtices.

As equações do modelo  $k - \varepsilon$  são apresentadas nas equações (2-72) a (2-76) (Wilcox, 1994):

Viscosidade turbulenta dinâmica:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2-72)$$

Energia cinética turbulenta, apresentada na forma da soma de Einstein:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial k}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\eta}{\sigma_k} \right) \right] \quad (2-73)$$

Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, apresentada na forma da soma de Einstein:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\eta}{\sigma_\varepsilon} \right) \right] \quad (2-74)$$

Coeficientes de fechamento

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92; \quad C_\mu = 0,09; \quad \sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3. \quad (2-75)$$

Relações auxiliares

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}; \quad l_m = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}. \quad (2-76)$$

O modelo  $k - \varepsilon$  tem sido utilizado com sucesso em uma série de aplicações práticas e com um custo computacional aceitável. Entretanto, existem algumas situações, geralmente associadas à não existência de viscosidade turbulenta

isotrópica, em que esse modelo se mostrou totalmente inadequado, como, por exemplo, na reprodução de correntes secundárias induzidas pela turbulência em escoamentos em canais (Eiger, 1989).

#### 2.4.2 Modelos simulando o transporte das tensões de Reynolds

Os modelos de 2ª ordem são aqueles nos quais o transporte das tensões de Reynolds é feito diretamente. Isso significa que nesses modelos, tanto o conceito de viscosidade turbulenta quanto a premissa de Prandtl, de que as flutuações turbulentas são proporcionais ao gradiente de velocidade, não são envolvidos. De acordo com o descrito no item 2.2.5, as tensões de Reynolds, apresentadas na equação (2-38), divididas por  $(-\rho)$  podem ser escritas como indicado na equação (2-77):

$$\overline{u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (2-77)$$

O que resulta em 6 tensões, sendo elas:

$$\overline{u'v'} = \overline{v'u'}; \overline{u'w'} = \overline{w'u'}; \overline{v'w'} = \overline{w'v'}; \overline{u'^2}; \overline{v'^2}; \overline{w'^2}$$

A equação básica desse tipo de modelo é:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t}}_{(1)} + \underbrace{u_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k}}_{(2)} \\ &= - \underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_k}}_{(3)} - \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \overline{\rho u'_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\rho u'_i}}{\partial x_j} \right] + \nu \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k^2} - \underbrace{\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}_{(4)} \\ &+ \underbrace{\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{(5)} - \underbrace{2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}}_{(6)} \end{aligned} \quad (2-78)$$

Sendo o significado físico e comentários a respeito de cada um dos termos indicados na equação acima são descritos a seguir:

Termo (1): Variação temporal das tensões de Reynolds: Não necessita ser modelado pois nele não aparecem termos desconhecidos;

Termo (2): Transporte convectivo das tensões de Reynolds: Não necessita ser modelado pois nele não aparecem termos desconhecidos;

Termo (3): Características do transporte difusivo:

Termo (4): Extração de energia do escoamento médio para as flutuações turbulentas: Representam a produção das tensões de Reynolds

Termo (5): Correlação entre pressão e deformação: Tem papel fundamental na modelagem da turbulência pois atua na redistribuição das tensões, fazendo com que tendam a isotropia, sem, entretanto, contribuir para o balanço de energia como um todo;

Termo (6): Dissipação das tensões por efeitos viscosos.

Conforme indicado acima, com exceção dos termos (1) e (2), os termos da equação (2-77) necessitam ser modelados. Isto significa que, para possibilitar sua resolução, devem ser criadas formas simplificadas de relacioná-los com as características do escoamento médio (Eiger, 1989). Outra maneira de ser promover sua resolução, a um custo computacional muito mais elevado, é através da resolução de equações diferenciais adicionais, que, por sua vez, serão regidas por novas equações diferenciais, podendo, portanto, a cadeia de equações se estender até o momento em que se decida introduzir formulas algébricas para possibilitar o fechamento do conjunto de equações.

#### 2.4.3 Escolha do modelo de turbulência

Segundo Lauder e Spalding (1972) e Pope (2000), a escolha do modelo de turbulência a ser utilizado em uma simulação deve ser baseada nos seguintes aspectos:

- Grau de detalhamento necessário para a simulação a ser realizada a respeito das características turbulentas do escoamento;

- Aplicabilidade do modelo ao fenômeno físico que se deseja verificar na simulação;
- Generalidade das equações do modelo;
- Precisão nos resultados;
- Custo computacional e facilidade de aplicação.

Dessa forma, segundo Lauder e Spalding (1972), o melhor modelo a ser aplicado depende das características do escoamento a ser simulado e do grau de conhecimento existente previamente ao seu respeito. Também recomenda que se o benefício decorrente da utilização de modelos mais complexos não reproduza em ganhos significativos em termos de precisão e abrangência de aplicação, a escolha do modelo deve ser reavaliada.

#### 2.4.4 Estudos recentes a respeito de modelos de turbulência

A escolha do modelo de turbulência a ser adotado em um determinado estudo pode também ser baseada a partir da análise dos resultados obtidos em casos similares. Neste sentido, o conhecimento e estudo contínuo de casos existentes na literatura é de fundamental importância na decisão de qual modelo utilizar. Assim, este capítulo apresenta uma revisão de trabalhos existentes na literatura a respeito das limitações e aplicabilidade de alguns modelos de turbulência.

Em sua grande maioria, os estudos relativos a modelos de turbulência se baseiam na comparação das características do escoamento obtidas em simulações numéricas computacionais com aquelas observadas em estudos experimentais. Nesses casos, devido à grande dependência da geometria do problema estudado, sua aplicação a casos diferentes daqueles indicados nas pesquisas originais são, muitas vezes, difíceis de serem feitas.

De fato, o desejo em se comparar o desempenho de diversos modelos de turbulência não é novo e, de certa maneira, sua exaustiva pesquisa reflete a complexidade do assunto. Em 1973, Launder, *et al.* (1973) desenvolveram um estudo comparativo entre seis modelos de turbulência na reprodução de escoamentos cisalhantes (*Free shear flow*). Esses seis modelos estudados foram

separados em três grupos, de acordo com o seu grau de complexidade. Os modelos comparados foram:

1. Modelos de turbulência com equações algébricas: Neste grupo encontram-se os modelos de comprimento de mistura clássico e o modelo energia turbulenta de Prandtl;
2. Modelos de turbulência reproduzindo o comprimento de mistura através de uma equação diferencial parcial de transporte: Neste grupo encontram-se os modelos  $k - \varepsilon$  clássico e o modelo  $k - \varepsilon$  estendido;
3. Modelos nos quais as tensões tangenciais são a variável dependente de uma equação diferencial parcial de conservação: neste grupo encontram-se os modelos  $\overline{uv} k - \varepsilon$  e o modelo de transporte das tensões de Reynolds.

Launder, *et al.* (1973) concluíram em seu trabalho que, os modelos mais sofisticados, ou seja, os modelos dos grupos 2 e 3, mostraram-se mais eficientes na reprodução de diferentes tipos de escoamento. Entretanto, não foi observado vantagem significativa na adoção do modelo de energia de Prandtl em comparação com modelos algébricos. Launder, *et al.* (1973) ressaltam que a inclusão da segunda equação diferencial parcial no modelo de energia de Prandtl (modelos do tipo  $k - \varepsilon$ ) apresentam uma vantagem significativa quando comparados com os modelos algébricos, pois não necessitam que o comprimento de mistura característico do escoamento seja imposto. Isso permite que escoamentos com diferentes características turbulentas ao longo do domínio computacional sejam reproduzidos de maneira satisfatória.

Muitos pesquisadores têm comparado o desempenho de modelos de turbulência na reprodução de escoamentos complexos, como o que ocorre em curvas acentuadas. De acordo com Nezu e Nakagawa (1993), em curvas ocorrem geralmente dois tipos de circulações transversais ao fluxo. A primeira delas, decorrente da interação entre as forças de pressão e a força centrífuga gerada pela mudança repentina de direção do fluxo, não tem relação direta com os fenômenos turbulentos, fato que fica constatado ao se verificar esse tipo de circulação até em



escoamento laminares. Isso significa que a sua reprodução em modelos numéricos independe do modelo de turbulência adotado.

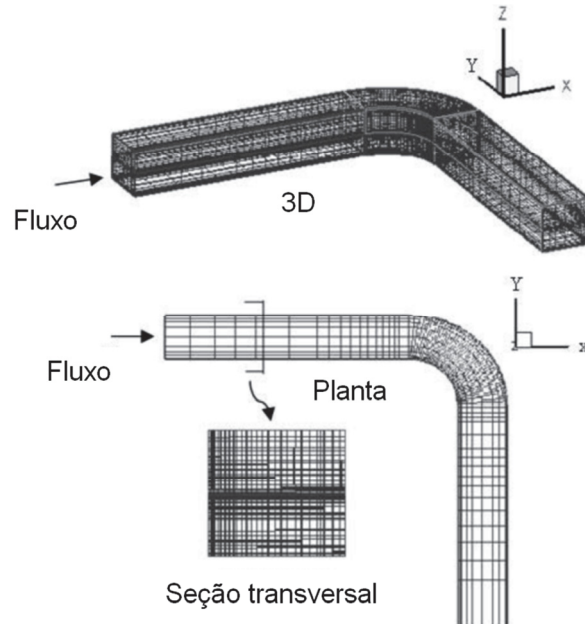
Já a segunda circulação, mais fraca que a primeira e de orientação contrária a principal, frequentemente se localiza próxima à margem externa da curva. Essa segunda circulação é decorrente da não homogeneidade e anisotropia das tensões de Reynolds (Nezu & Nakagawa, 1993) (Blanckaert & Vriend, 2003). Por esse motivo, segundo Demuren e Rodi (1984)<sup>11</sup>, citados por Van Balen, et al, (2009) esse tipo de escoamento não pode ser corretamente reproduzido por modelos que consideram que a viscosidade turbulenta é isotrópica.

A complexidade dos escoamentos em canais curvos fica aparente ao se buscar reproduzi-los em modelos numéricos. Gholami, *et. al.* (2014) desenvolveram um estudo no qual buscou-se verificar a eficiência de um modelo numérico computacional tridimensional na reprodução do escoamento ao longo de um canal com uma curva acentuada de 90°. A modelagem numérica, cuja malha computacional está indicado na Figura 2.11, foi realizada com base nas equações de Reynolds com a utilização de uma variação do modelo  $k - \varepsilon$ , denominado  $k - \varepsilon$  RNG. Os resultados dos ensaios em canal experimental conduzidos confirmam a forte influência das correntes secundárias, oriundas na região da curva, no campo de velocidades e no perfil da linha de água ao longo do canal. Conforme sugerido por Blanckaert e Vriend (2003) e também por Nezu e Nakagawa (1993), Gholami, *et. al.* (2014) encontraram duas corrente secundárias existentes na região da curva, as quais foram reproduzidas de maneira satisfatória pelo modelo numérico. O comportamento das correntes secundárias ao longo da curva no modelo numérico se assemelha muito ao descrito por Nezu e Nakagawa (1993) (ver Figura 2.12), sendo que, a intensidade da corrente secundária mais intensa foi de aproximadamente 24% da velocidade média do canal.

---

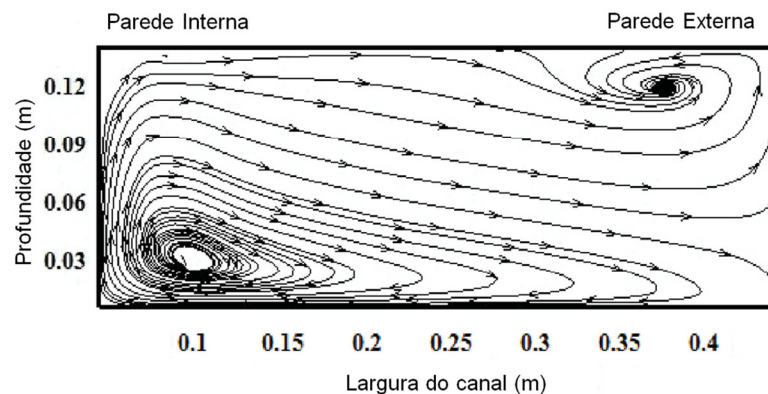
<sup>11</sup>DEMUREN, A., e RODI, W. Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts. **Journal of Fluid Mechanics** vol. 140, 1984, pp 189-222.

FIGURA 2.11 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA MALHA COMPUTACIONAL APLICADA POR GHOLAMI, ET. AL. (2014)



FONTE: Adaptado de GHOLAMI, ET. AL. (2014)

FIGURA 2.12 – CORRENTES SECUNDÁRIAS NA SEÇÃO DE JUSANTE DA CURVA

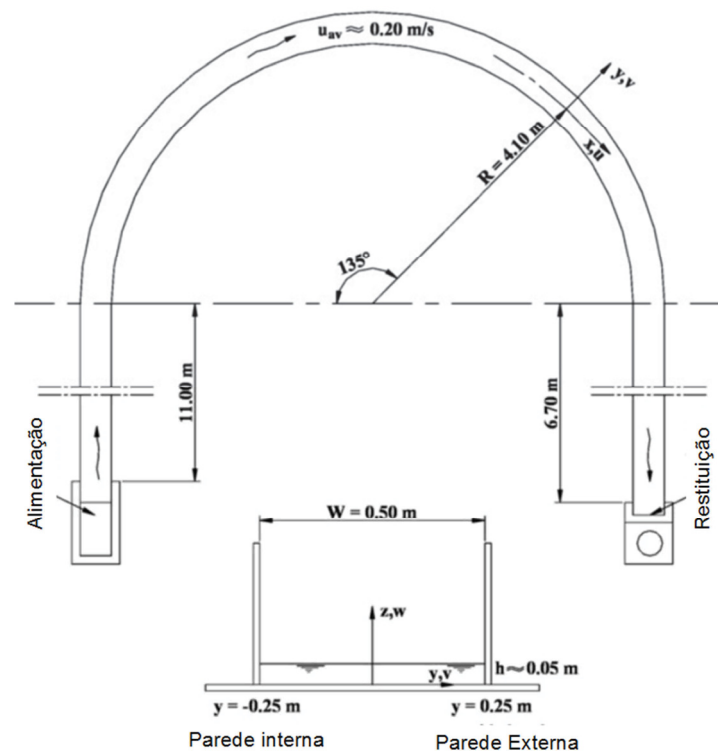


FONTE: Adaptado de GHOLAMI, ET. AL. (2014)

Outro trabalho semelhante ao de Gholami, *et. al.* (2014) foi realizado por Booij (2003). Nesta pesquisa, o autor comparou informações obtidas em um canal experimental com uma curva de 180°, indicado na Figura 2.13, com simulações numéricas baseadas nas equações de Reynolds. Nessas simulações foram utilizados os modelos de fechamento de turbulência  $k-\varepsilon$  e RSM (Modelo das tensões de Reynolds). O autor verificou que muito embora o escoamento médio

tenha sido bem reproduzido, a adoção de modelos de turbulência baseados no conceito de Reynolds não permitiu a boa reprodução das correntes secundárias na região da curva, indicando, portanto, que os fenômenos turbulentos não puderam ser corretamente reproduzidos. Após constatada essa limitação, o autor implementou um modelo baseado na abordagem LES ou *Large Eddy Simulation*, com o modelo de turbulência de Smagorinsky, obtendo resultados sensivelmente mais aderentes aos experimentos. Esse aspecto, das limitações inerentes simulação de correntes secundárias em canais curvos com utilização de modelos que consideram uma dependência linear entre as diversas Tensões de Reynolds, como, por exemplo, o modelo  $k - \varepsilon$ , foi discutido em maior profundidade por Van Balen, et al (2009).

FIGURA 2.13 – CANAL EXPERIMENTAL UTILIZADO POR BOOIJ (2003)



FONTE: Adaptado de BOOIJ (2003)

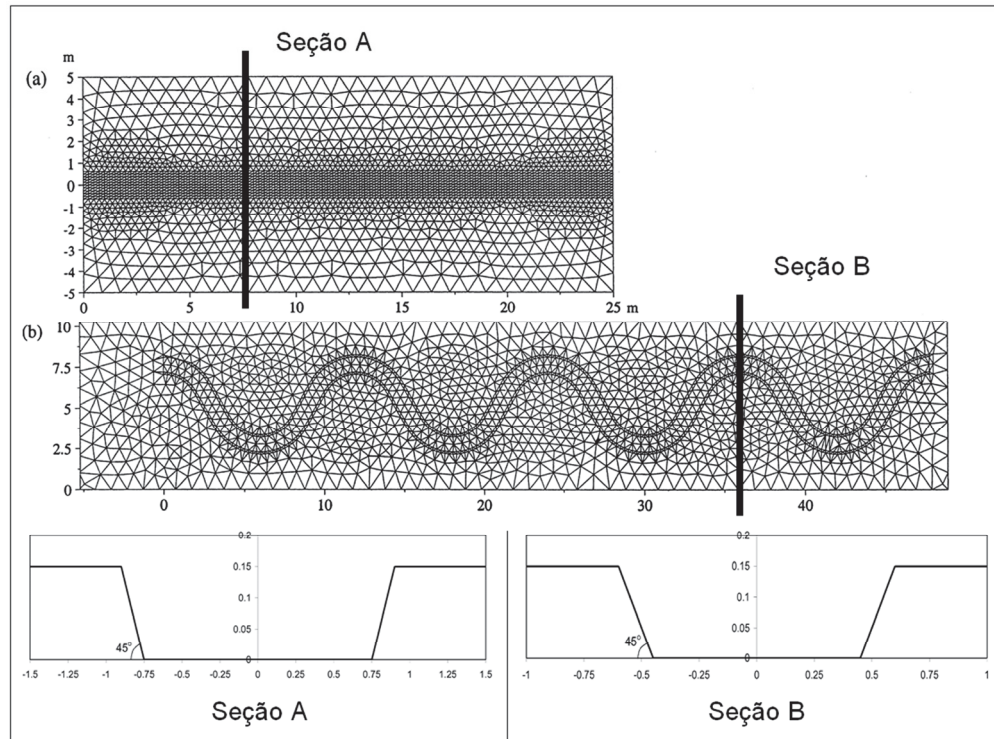
Wilson, et al (2002) compararam o desempenho de 3 modelos de turbulência: (i) Modelo  $k - \varepsilon$ ; (ii) Modelo tipo Elder; (iii) Modelo com viscosidade turbulenta constante, na simulação da curva de descarga em canais compostos.

Neste trabalho foram estudados tanto escoamentos com profundidades baixas, ocorrendo dentro da calha principal, quanto escoamentos que ocorrem quando o fluxo ocupa as planícies de inundação. Também foram estudadas, conforme indicado na Figura 2.14, as características do escoamento em um canal retilíneo (a) e também em um canal meandrado (b). Nas simulações desenvolvidas aplicou-se um modelo bidimensional, com promediação ao longo da vertical, com o conceito de águas rasa.

As simulações realizadas mostraram que a utilização de modelos numéricos com enfoque nas equações de Reynolds é capaz de prever de maneira satisfatória os níveis de água para as condições verificadas. Observou-se, entretanto, que os modelos mais sofisticados, ou seja, os modelos  $k - \varepsilon$  e o modelo tipo Elder foram mais eficientes na estimativa da curva chave que o modelo de viscosidade turbulenta constante. Isso ocorreu tanto para o canal retilíneo quanto para o canal com meandros, conforme se pode observar na Figura 2.15 e na Figura 2.16. Observou-se também que, devido à combinação entre a discretização de malha normalmente utilizada e a existência de elementos parcialmente molhados nas paredes laterais dos canais principais, que dificulta a correta reprodução dos vetores de velocidade nessa região, o modelo numérico apresentou maior dificuldade em prever o comportamento do fluxo em caso de escoamento ocorrendo no interior da calha principal. Quando, por outro lado, o fluxo ocupa as planícies de inundação, todos os elementos da malha se tornaram completamente molhados, o que impediu o surgimento de problemas associados à reprodução do campo de velocidades. Neste trabalho também se identificou problemas na reprodução das correntes de circulação ao longo das curvas do canal meandrado.

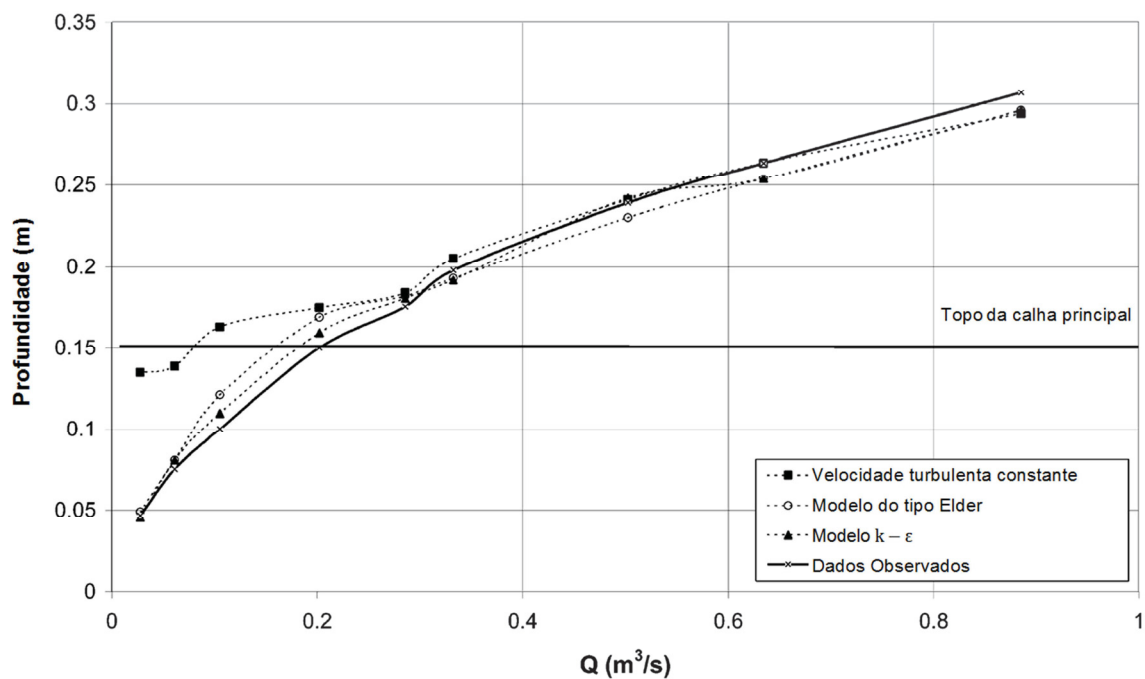
Outros trabalhos buscaram identificar a aplicabilidade de modelos de turbulência através de estudos de casos reais, nos quais várias simulações foram realizadas com o objetivo de verificar qual modelo de turbulência possibilita uma melhor reprodução das características do escoamento observadas.

FIGURA 2.14 – DOMÍNIO COMPUTACIONAL DOS CANAIS ESTUDADOS POR WILSON, ET AL (2002)



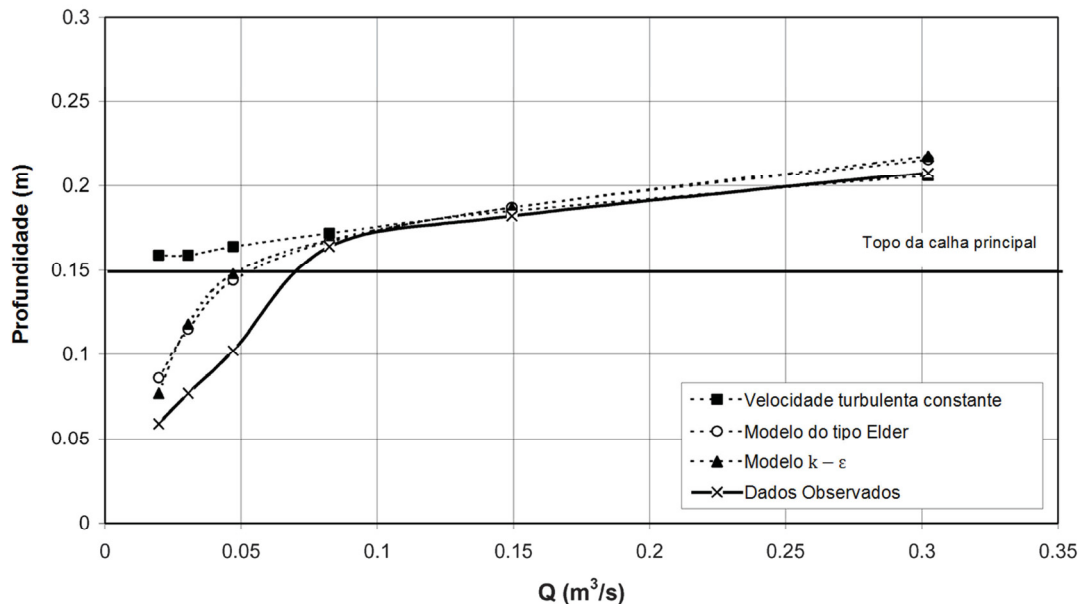
FONTE: Adaptado de WILSON, ET AL (2002)

FIGURA 2.15 – COMPARAÇÃO MODELO COMPUTACIONAL X CANAL EXPERIMENTAL PARA CANAL RETILÍNEO



FONTE: Adaptado de WILSON, ET AL (2002)

FIGURA 2.16 – COMPARAÇÃO MODELO COMPUTACIONAL X CANAL EXPERIMENTAL PARA CANAL COM MEANDROS



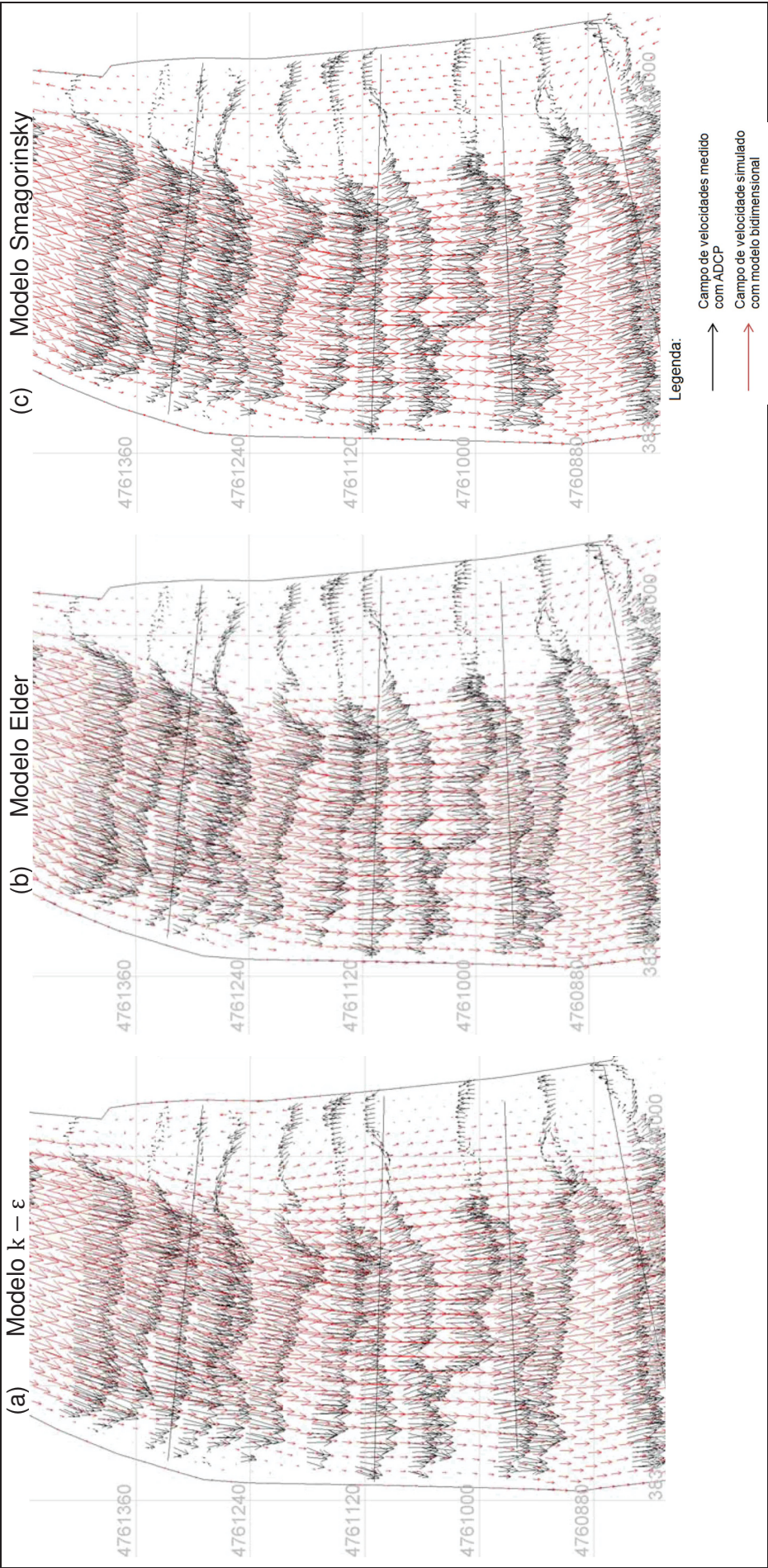
FONTE: Adaptado de WILSON, ET AL (2002)

Neste sentido se destaca o trabalho desenvolvido por CHC (2009). Nesse estudo, buscou-se reproduzir as características do escoamento de um trecho do rio St. Clair, localizado na divisa entre o estado norte americano de Michigan e o estado canadense de Ontario. O campo de velocidades do escoamento desse trecho foram medidas em campo através do uso de ADCP (*Acoustic Doppler Current Profiler*) em 2 de julho de 2003. Com base nestas medições, foram desenvolvidos modelos numéricos computacionais através do software Telemac 2D, nas quais foram testados vários modelos de turbulência no intuito de identificar aquele que mais se adequava às medições de campo feitas.

Conforme pode-se observar na Figura 2.17, as simulações realizadas por CHC (2009) indicaram que os modelos de turbulência do tipo Elder e Smagorinsky foram mais eficientes na reprodução das circulações existentes na região do estudo. Observa-se que a simulação realizada com o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  apresentou correntes de circulação menores que as observadas em campo, evidenciando que, para o caso estudado, esta simulação produziu um escoamento com viscosidade maior que o desejada.



FIGURA 2.17 – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE UM TRECHO DO RIO ST. CLAIR



FONTE: Adaptado de CHC (2009)

## 2.5 ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL

Um escoamento pode ser tratado por meio de um modelo bidimensional no plano horizontal quando as escalas verticais do movimento forem muito menores que as escalas horizontais (da ordem de 20 vezes maiores) e quando houver pouca ou nenhuma estratificação. Nesses casos, é possível utilizar as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento integradas ao longo da vertical. Esse conjunto de equações que serão apresentadas a seguir são chamadas de equações de águas rasas ou Equações de Saint-Venant, em homenagem ao pesquisador que as propôs (ROSMAN, 1989; HERVOUET, 2007).

A definição das equações de Saint-Venant partiu das seguintes hipóteses (Hervouet, 2007):

- Distribuição hidrostática de pressões: Isso significa dizer que a pressão em qualquer ponto do escoamento equivale ao peso da coluna de água sobre ele. Em outras palavras, assume-se que a pressão dinâmica do escoamento na direção vertical é nula. Isso resulta em:

$$p = \rho gh \quad (2-79)$$

- Velocidades e acelerações verticais são negligenciáveis: Não haverá uma equação específica de conservação de quantidade de movimento para a direção vertical;
- Impermeabilidade da superfície livre e do fundo: Assume-se que não ocorre transferência de massa através da superfície livre do escoamento e através do fundo do canal estudado. Essa condição é necessária para se definir os limites de integração do problema.

Assim, integrando-se ao longo da vertical as equações de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis (Equações 2-22 e 2-23) nas direções  $x$  e  $y$  e também a equação da continuidade (Equação 2-4), obtém-se as equações (2-80) a (2-82):



$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial h}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2-80)$$

$$h \frac{\partial U}{\partial t} + hU \frac{\partial U}{\partial x} + hV \frac{\partial U}{\partial y} = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + S_x - h \left( v_{t_{xx}} \frac{\partial U}{\partial x} + v_{t_{xy}} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2-81)$$

$$h \frac{\partial V}{\partial t} + hU \frac{\partial V}{\partial x} + hV \frac{\partial V}{\partial y} = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial y} + S_y - h \left( v_{t_{yx}} \frac{\partial V}{\partial x} + v_{t_{yy}} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (2-82)$$

Sendo:

$$U = \frac{1}{h} \int_{Z_f}^{Z_s} u dz \quad (2-83)$$

$$V = \frac{1}{h} \int_{Z_f}^{Z_s} v dz \quad (2-84)$$

Onde:

- h: Profundidade do escoamento [L];
- U: Velocidade média na vertical do fluxo na direção x [LT<sup>-1</sup>];
- V: Velocidade média na vertical do fluxo na direção y [LT<sup>-1</sup>];
- S<sub>x</sub>: Termos fonte ou sumidouro na direção x [LT<sup>-1</sup>];
- S<sub>y</sub>: Termos fonte ou sumidouro na direção y [LT<sup>-1</sup>];
- u: Velocidade do fluxo na direção x [LT<sup>-1</sup>];
- v: Velocidade do fluxo na direção y [LT<sup>-1</sup>];
- Z<sub>f</sub>: Cota do fundo [L];
- Z<sub>s</sub>: Cota da superfície livre [L];
- v<sub>t</sub>: Viscosidade cinemática turbulenta (pode ser isotrópica ou não, de acordo com o modelo de turbulência utilizado) [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>].

Os termos fonte ou sumidouro podem ser compostas por vários termos, sendo, os mais comuns para escoamentos em águas rasas os descritos a seguir:

1. Forças de atrito com os contornos sólidos;
2. Forças de arrasto devido à presença de objetos no interior do fluxo, como, por exemplo, vegetações, edificações, pilares de pontes, etc.;

3. Força de Coriolis;
4. Tensão cisalhante do vento na superfície.

Neste trabalho é incluída apenas o termo devido ao atrito com os contornos sólidos. Maiores detalhes a esse respeito é apresentado no item 2.6.4.

## 2.6 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Neste capítulo são introduzidas noções básicas a respeito da Dinâmica dos Fluidos Computacional (ou CFD, na sigla em inglês) com ênfase nos métodos das características e dos elementos finitos, utilizados para a solução das equações de Navier-Stokes pelo Telemac-3D, que é o programa escolhido para a realização das simulações numéricas apresentadas neste trabalho. Considerações adicionais a respeito dos diversos métodos numéricos existentes são evitadas, uma vez que excedem o escopo deste trabalho.

Este capítulo é baseado quase que em sua totalidade nos trabalhos de Hervouet (2007) e EDF R&D (2016).

### 2.6.1 Introdução

A técnica da Dinâmica dos Fluidos Computacional (ou CFD) consiste na análise de sistemas envolvendo fluidos em movimento, transferência de calor e fenômenos associados através da utilização de simulações numéricas computacionais (Versteeg & Malalasekera, 1995). Muito embora seu desenvolvimento date dos anos 1960, através da sua implementação em problemas relacionados à indústria aeronáutica, apenas nas últimas décadas é que se observou um aumento na utilização de técnicas de CFD a problemas ambientais, como, por exemplo, escoamentos em rios e canais. Isso se deve basicamente a dois motivos: i) ao grande aumento (e conseqüentemente barateamento) da capacidade de processamento dos computadores; ii) ao desenvolvimento de maneiras de se tratar com a grande quantidade de incertezas existentes em uma simulação de um ambiente não controlado. Ao contrário do que acontece num ambiente controlado como o caso da indústria aeronáutica, as características principais de um sistema natural são, em geral, pouco conhecidas. Entre essas características pouco conhecidas pode-se citar, a título de exemplo, as condições de contorno, a

geometria do problema e as propriedades dos materiais de todas as superfícies sólidas (BATES, ET AL 2005). Segundo Hervouet (2007), outro motivo importante que fomentou a aplicação de CFD a problemas ambientais foi a criação, em muitos países, de legislações ambientais específicas, que passaram a exigir estudos nos quais modelagens numéricas computacionais se mostraram atrativas, como, por exemplo, estudos de ruptura de barragens para a elaboração de planos de ações emergenciais.

Existem uma infinidade de programas computacionais que podem ser aplicados para a simulação do escoamento ao longo de canais, como é o caso deste estudo. Friedrich (2004) listou uma série de programas, tanto comerciais quanto livres que poderiam ser utilizados na reprodução de escoamentos fluviais. A Tabela 2.3 resume as informações disponibilizadas por Friedrich (2004), acrescidas de outros programas disponíveis atualmente. A modelagem matemática feita neste trabalho foi desenvolvido com o programa Telemac, versão V7p0.

O programa Telemac consiste num modelo hidrodinâmico computacional, desenvolvido para reproduzir escoamentos em superfície livre, tanto em regime subcrítico quanto em regime supercrítico. Este programa, gratuito, de código aberto e que utiliza a linguagem de programação Fortran 90, tem sido desenvolvido constantemente, desde 1987, pelo LNHE (*Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement*) do Departamento de Pesquisa e Desenvolvimento da empresa francesa *Electricité de France*. Seu projeto se iniciou na necessidade da empresa em prever o comportamento de escoamentos a céu aberto no entorno de usinas hidroelétricas, termoelétricas e nucleares, que, em geral se localizam próximas de rios ou em regiões costeiras (HERVOUET, 2007).

TABELA 2.3 – LISTAGEM DE ALGUNS MODELOS NUMÉRICOS COMPUTACIONAIS DISPONÍVEIS

<b>Modelo</b>	<b>Origem</b>	<b>Discretização espacial</b>	<b>Modelo de Turbulência</b>
RMA2	EUA	Elementos Finitos	Equação algébrica para $\mu_t$
Mike21	Dinamarca	Diferenças Finitas	Smagorinsky
Flo2DH	EUA	Elementos Finitos	Smagorinsky modificado
Delft3D	Holanda	Diferenças Finitas	Vários
Mohid	Portugal	Diferenças Finitas	Smagorinsky
River 2D	Canadá	Elementos Finitos	Equação algébrica para $\mu_t$
SisBAHIA	Brasil	Elementos Finitos	Modelos baseados em LES
Telemac 2D	França	Elementos Finitos	Vários
Telemac 3D	França	Elementos Finitos	Vários
Iber	Espanha	Elementos Finitos	Modelo $k - \varepsilon$

O Telemac é capaz de realizar simulações tanto bidimensionais, através da resolução das equações de Águas Rasas, quanto tridimensionais, mediante a utilização das equações de Navier-Stokes promediadas (RANS). Para o caso de simulações tridimensionais, o programa permite a utilização das equações governantes com ou sem a consideração de distribuição hidrostática de pressões ao longo da vertical. A seguir são listadas alguns dos fenômenos físicos possíveis de serem reproduzidos na versão V7p1 do Telemac, utilizada para a realização das simulações numéricas feitas neste trabalho (EDF R&D, 2016):

- Influência da temperatura e/ou salinidade na densidade do fluido;
- Atrito no contato com os contornos sólidos (*Bottom friction*);
- Influência da força de Coriolis;
- Influência de elementos climáticos externos tais como: pressão do ar, chuva, evapotranspiração ou vento;

- Considerações a respeito de trocas de calor com a atmosfera;
- Fontes ou sumidouros de quantidade de movimento do fluido no interior do domínio;
- Modelos de turbulência simples ou complexos;
- Permite a reprodução de planícies de inundação;
- Grande variedade de possibilidades de imposição de condições de contorno;
- Permite a resolução das equações de Navier Stokes com ou sem a consideração de distribuição hidrostática de pressões.

Com relação às condições de contorno, o Telemac permite a adoção de uma grande variedade de condições para os contornos do domínio, permitindo, inclusive a simulação de condições transientes. Entretanto, como a única variável tratada como bidimensional pelo pacote tridimensional do programa é a profundidade do escoamento, não é possível impor condições de contorno variáveis ao longo da vertical.

O Telemac utiliza o método de passos fracionados para a solução das equações de Reynolds. O algoritmo base utilizado pode ser dividido nos três passos computacionais descritos (Hervouet, 2007):

1. Passo Advectivo: O primeiro passo consiste na determinação das componentes da velocidade através apenas da resolução dos termos convectivos das equações de Navier-Stokes. Neste passo é utilizado o Método das Características;
2. Passo Difusivo: No segundo passo, através das componentes de velocidade obtidos no passo anterior, é calculado novos valores para as componentes de velocidade levando em consideração na resolução das equações de Navier-Stokes os termos difusivos e as forças externas. Neste passo é utilizado o Método dos Elementos Finitos;
3. Passo pressão-continuidade: No terceiro passo é feita a correção do campo de velocidades obtido nos passos anteriores para garantir a

continuidade. Neste passo também é utilizado o Método dos Elementos Finitos.

Não é objetivo deste trabalho detalhar características específicas dos métodos numéricos adotados nas simulações. Entretanto, fazem-se necessárias considerações a respeito das hipóteses simplificadoras adotadas na solução das equações de Reynolds (item 2.6.2) e a respeito do processo de geração da malha não estruturada utilizada para a discretização especial do problema (item 2.6.3). No item 2.6.4 é apresentada a formulação adotada pelo Telemac para a reprodução das forças de atrito decorrentes do contato com os contornos sólidos do problema.

Esses itens acima descritos foram baseados, quase em sua totalidade nos trabalhos de Hervouet (2007) e EDF R&D (2016).

#### 2.6.2 Hipóteses simplificadoras e equações utilizadas

As simulações numéricas realizadas neste trabalho consideraram as seguintes hipóteses simplificadoras para a solução das equações de Reynolds (EDF R&D, 2016):

- Fluido Incompressível: Essa consideração resulta na desconsideração da variação da densidade na equação da continuidade;
- Distribuição hidrostáticas de pressões ao longo da vertical: Assumindo verdadeira essa hipótese, a pressão em um ponto do escoamento é resultado da soma da pressão atmosférica e do peso da coluna de água sobre o ponto considerado;
- Aproximação de Boussinesq para a quantidade de movimento: Significa não levar em consideração a variação da densidade no termo gravitacional.

Com isso, e assumindo que as equações tridimensionais de Navier-Stokes devem ser consideradas com variação temporal da superfície livre, tem-se o seguinte sistema de equações:

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2-85)$$

Equações de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (2-86)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial Z_s}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (2-87)$$

$$p = p_{atm} + \rho_0 g (Z_s - z) \quad (2-88)$$

Onde:

$Z_s$ : Elevação da superfície de água [L];

$p_{atm}$ : Pressão atmosférica [ $ML^{-1}T^{-2}$ ];

$\rho_0$ : Densidade do fluido [ $ML^{-3}$ ];

O termo  $F_x$  e  $F_y$  representam as forças atuantes sobre o corpo do líquido (termos fonte), dentre as quais se destacam: força do vento, força de Coriolis e a força de atrito com o fundo. Para este trabalho, será apenas considerada a força decorrente do atrito com o fundo e/ou contornos sólidos do problema, a qual será analisada em maiores detalhes no capítulo 2.6.4.

### 2.6.3 Geração da malha não estruturada

A discretização espacial do domínio computacional é feita através de uma malha composta por elementos prismáticos, sendo a base composta por triângulos. Sua construção é feita basicamente em dois estágios. Primeiramente é gerada uma malha bidimensional composta por elementos triangulares, formando um plano. O segundo estágio, por sua vez, consiste na repetição dessa malha ao longo da direção vertical de acordo com o número de camadas desejadas para a simulação, formando superfícies curvadas denominadas planos. Esses planos são, na realidade, superfícies com elevações variadas. As ligações entre os nós das malhas sobrepostas geram os prismas da malha tridimensional. As cotas não derivadas da

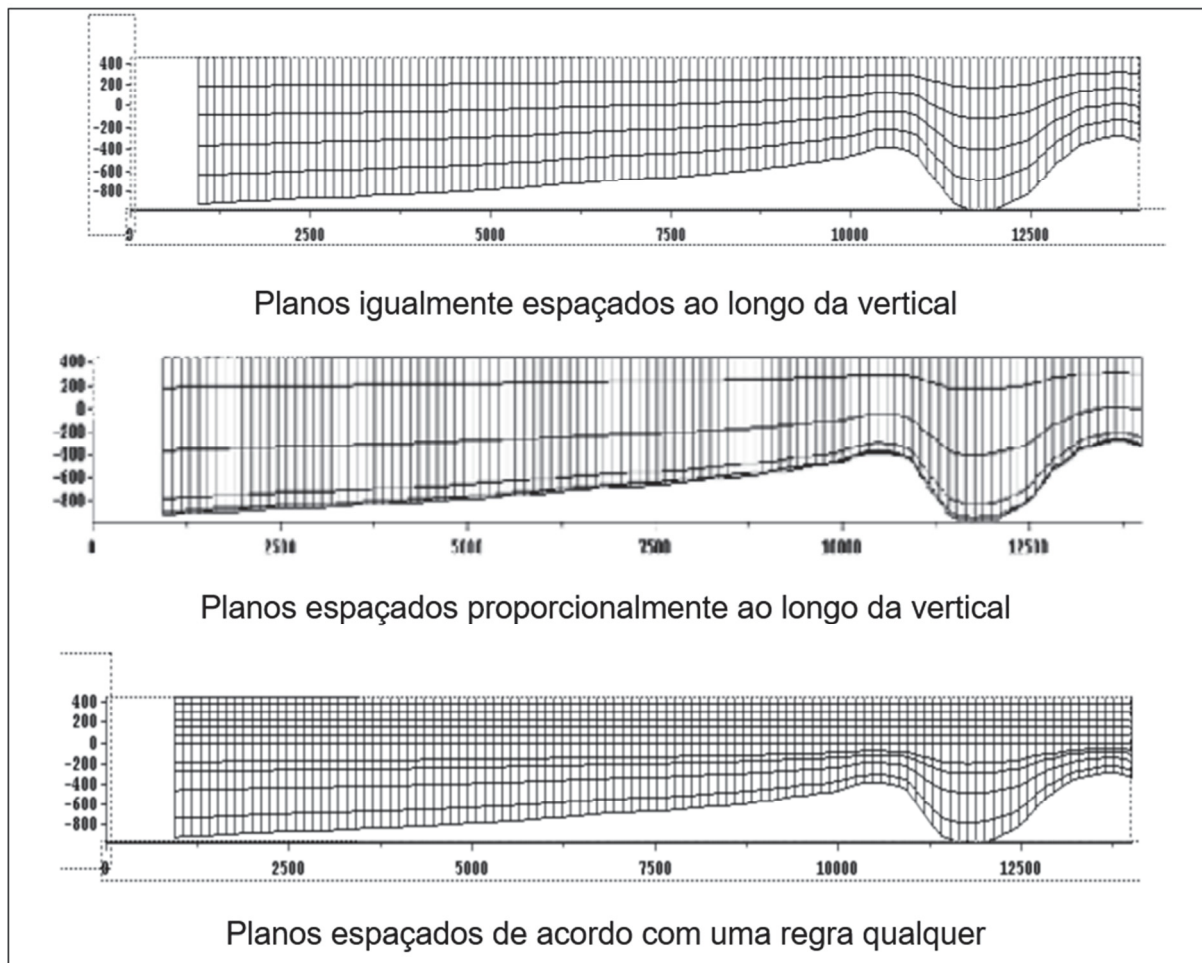
elevação do fundo podem ser definidas de 3 maneiras descritas a seguir e exemplificadas na Figura 2.18. Neste trabalho será adotada a malha do tipo 1, definida por planos igualmente espaçados ao longo da vertical.

1. Tipo 1 – Planos igualmente espaçados ao longo da vertical (transformada sigma clássica). Nesse caso, as cotas dos nós da malha podem variar ao longo do tempo com base na profundidade do escoamento, com exceção dos pontos que definem o fundo do problema (*Bottom*);
2. Tipo 2 – Planos espaçados proporcionalmente ao longo da vertical (transformada sigma com proporções pré-definidas);
3. Tipo 3 – Planos espaçados de acordo com uma regra qualquer, predefinida pelo usuário. Este caso é normalmente utilizado quando se deseja reproduzir as diferentes áreas com estratificação densimétrica, podendo, portanto, o programa ser configurado de maneira a possibilitar um número máximo de camadas horizontais garantindo, mesmo assim a reprodução apropriada dos contornos sólidos.

A discretização do domínio em uma malha prismática tridimensional permite a definição das variáveis computacionais em cada um dos pontos definidos pelos prismas, de forma que as variáveis possam ser definidas como tridimensionais, a exceção da profundidade do escoamento e da cota do fundo que, evidentemente, apenas podem ser definidas uma vez em cada vertical.



FIGURA 2.18 – EXEMPLOS DE MALHAS TRIDIMENSIONAIS



FONTE: Adaptado de EDF R&D (2016)

#### 2.6.4 Forças decorrentes do atrito com o fundo

Segundo Rouse<sup>12</sup> (1965, citado por Yen, 2002), a resistência ao escoamento em canais pode ter 4 origens distintas sendo elas: a resistência devido ao atrito do fluido com os contornos; a resistência devido à forma do canal; a resistência devido a existência de ondas; a resistência associada a aceleração local. O autor expressa a resistência de maneira conceitual através de parâmetros adimensionais, apresentadas na Equação (2-89).

<sup>12</sup> ROUSE, H. Engineering Hydraulics. Proceedings of the fourth hydraulics conference Iowa Institute of Hydraulic Research. **Journal of the Hydraulics Division**, New York, v. 91, p. 1-25., July 1965.

$$f = F(\text{Re}, K, \lambda, B, \text{Fr}, M) \quad (2-89)$$

Onde:

- f: Coeficiente de rugosidade;
- Re: Número de Reynolds;
- K: Rugosidade relativa;
- $\lambda$ : Forma geométrica da seção transversal;
- B: Não uniformidade do canal, tanto na seção quanto em planta;
- Fr: Número de Froude;
- M: Grau de não permanência do escoamento;

Para Yen (2002), o conhecido diagrama de Moody, que relaciona o fator de resistência  $f$ , o número de Reynolds (Re) do escoamento e a rugosidade relativa  $K$  é um caso especial da Equação (2-89), no qual apenas esses dois parâmetros são levados em consideração.

Henderson (1966) demonstra que a tensão tangencial que o contorno aplica sobre a massa de fluido pode ser determinada pela Equação (2-90).

$$\tau = \frac{1}{2} C_f \rho u^2 \quad (2-90)$$

Onde:

- $C_f$ : Coeficiente adimensional de atrito;

Tendo como base a equação geral da tensão tangencial junto ao fundo para um escoamento turbulento (2-90), foram determinadas as equações (2-91) e (2-92) para representar a força de atrito com o contorno sólido, tanto para a direção  $x$  quanto para a direção  $y$ . A diferença básica dessas última duas equações com a primeira é que o termo  $u^2$  foi substituído pela velocidade total multiplicada pela componente na direção considerada, levando em conta já a direção do escoamento. Esse artifício matemático é feito para que seja possível considerar o sentido do escoamento na determinação da tensão tangencial.

$$\tau_{xz} = -\frac{u}{2} \rho C_f \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-91)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{v}{2} \rho C_f \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-92)$$

O coeficiente adimensional de atrito ( $C_f$ ) dificilmente é utilizado em cálculos hidráulicos de canais sendo, normalmente, substituído por outras formulações. Entre as formulações mais frequentemente utilizadas para reproduzir as forças de atrito destacam-se a formulação de Chézy, a de Manning (ou Strickler) e a de Nikuradze (HENDERSON, 1966; HERVOUET, 2007). Yen (2002) apresentou, em seu trabalho, um resumo das correlações existentes entre as diversas formulações, conforme indicado na equação (2-93)

$$C_f = \frac{2g}{C} = \frac{2g}{h^{1/3} K_s^2} = \frac{2g n^2}{h^{1/3}} = \frac{2g}{7,83 \ln(12 \frac{h}{k_s})} \quad (2-93)$$

Onde:

- $C_f$ : Coeficiente adimensional de atrito [ - ];
- $g$ : Aceleração da gravidade [ $LT^{-2}$ ];
- $h$ : Profundidade do escoamento [L];
- $C$ : Coeficiente de Chézy [ $L^{1/2}T^{-1}$ ];
- $S$ : Coeficiente de Strickler [ $L^{1/3}T^{-1}$ ];
- $n$ : Coeficiente de Manning [ $L^{-1/3}T$ ];
- $K_s$ : Altura de rugosidade [L].

O Telemac foi desenvolvido de forma que o usuário possa escolher quais das formulações de resistência será considerada para a realização dos cálculos numéricos. Para isso, recorre ao conceito de coeficiente adimensional de atrito ( $C_f$ ) utilizando a equação (2-93) para realizar a transformação de um coeficiente determinado pelo usuário, que é dependente da formulação utilizada, para  $C_f$ , que é o valor efetivamente utilizado nos cálculos:

Neste estudo foi utilizada a lei de Nikuradze, sendo, portanto, o coeficiente  $k_s$  o parâmetro de rugosidade do fundo inserido no programa. Logo, considerando as correções devido às componentes do escoamento e aplicando sobre o elemento de área, tem-se (Hervouet, 2007):

$$F_x = -u \frac{g}{\left[7,83 \ln\left(12 \frac{h}{k_s}\right)\right]^2 h} \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-94)$$

$$F_y = -v \frac{g}{\left[7,83 \ln\left(12 \frac{h}{k_s}\right)\right]^2 h} \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-95)$$

Onde:

$F_x$ : Força de atrito na direção x  $[MLT^{-2}]$ ;

$F_y$ : Força de atrito na direção y  $[MLT^{-2}]$ .

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 METODOLOGIA PROPOSTA

Conforme já discutido, o objetivo principal deste trabalho consiste na comparação dos resultados obtidos em simulações numéricas computacionais com os obtidos em um canal experimental de seção transversal trapezoidal e constituído por trechos retos e por curvas de raio de 8,5 m no eixo. O enfoque principal dessas comparações foi o campo de velocidades na região das curvas do canal. A escolha do enfoque se deve ao fato de que o escoamento nessas regiões apresenta correntes de circulações com dimensões e intensidades significativas. Isso significa que, para a correta reprodução desse comportamento em modelos numéricos computacionais é necessária a implementação adequada de um modelo de turbulência para a realização do fechamento das equações utilizadas nos cálculos. Assim, através das comparações realizadas neste trabalho, buscou-se identificar dentre os modelos de turbulência disponíveis na programação padrão em um software, o modelo de turbulência cujos resultados (em termos de campo de velocidades) se mostrassem mais aderentes em relação aos dados obtidos experimentalmente. Também é objetivo deste trabalho, a determinação das características gerais e dos limites de aplicação de cada uma das formulações utilizadas para o fechamento das equações de Reynolds. Buscou-se também identificar a influência no campo de velocidades das simulações numéricas decorrentes da variação dos parâmetros de calibração das formulações propostas para a reprodução da turbulência.

Para atingir os objetivos desejados foi proposta a metodologia de pesquisa que é apresentada na sequência:

1. Mapeamento do campo de velocidades no canal experimental: Para isto foram utilizados os resultados apresentados por Yamakawa (2015). Maiores detalhes a respeito das instalações experimentais e a respeito do ensaio realizado estão indicados no item 3.2;
2. Realização de ensaios em modelo numérico computacional: Para isto foi utilizado o software Telemac. Maiores detalhes desse modelo e das simulações realizadas são apresentados no item 3.3;

3. Análise dos resultados das simulações numéricas e comparação com o campo de velocidades obtido experimentalmente. A verificação da aderência dos resultados obtidos nas simulações com o campo de velocidade experimental foi realizada através de análises estatísticas, descritas em maiores detalhes no item 3.4.

## 3.2 OBTENÇÃO DE DADOS E INFORMAÇÕES EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são descritas as principais características do canal experimental utilizado e do ensaio realizado que forneceu as informações utilizadas para as análises realizadas. Inicialmente são apresentadas as características do canal experimental e, na sequência, descritos o ensaio realizado e os resultados obtidos por Yamakawa (2015).

### 3.2.1 Características do canal experimental

Para a comparação com os resultados das simulações numéricas foram utilizados os resultados e medições feitas por Yamakawa (2015). O canal experimental utilizado foi construído no laboratório do Cehpar (Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza), conforme apresentado na Figura 3.1.

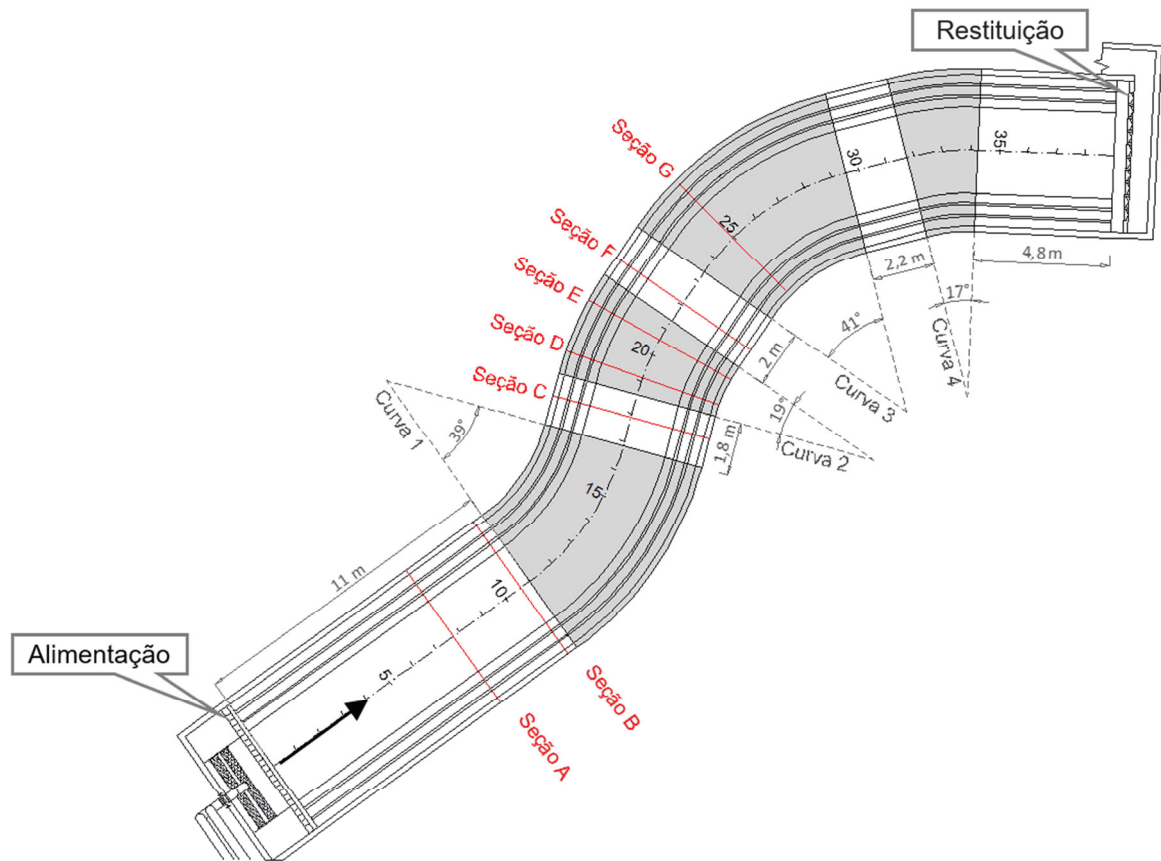
Conforme pode ser observado, o canal experimental utilizado por Yamakawa (2015) possuiu aproximadamente 39,2 m de comprimento (medido no eixo do canal) é constituído por trechos retos e por curvas de raio de 8,5 m no eixo. Sua seção transversal possui formato trapezoidal, e, conforme indicado na Figura 3.2 com 3 m de largura de base, taludes laterais com inclinação de 1:2,5 e bermas de 8,6 cm de largura nas elevações 12,8 cm e 25,7 cm. O fundo do canal é horizontal, posicionado na elevação 0,0 cm.

As faces hidráulicas do canal foram revestidas com material granular a fim de definir a rugosidade do leito. As dimensões dos materiais adotados foram: 3 mm de diâmetro médio para os materiais implantados nos taludes laterais do canal; e 2 mm de diâmetro médio para o material adotado como rugosidade do fundo.

O modelo foi construído de forma a permitir a imposição de maneira adequada da vazão dos ensaios, equivalente a 0,340 m<sup>3</sup>/s. No limite de jusante

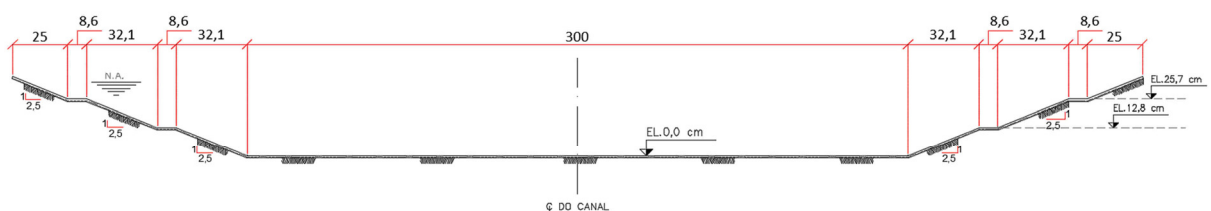
foram instaladas comportas capazes de controlar o nível de água de jusante e impor condições de escoamento simétricas para a seção de saída.

FIGURA 3.1 – ARRANJO GERAL DO CANAL EXPERIMENTAL



FONTE: Yamakawa (2015)

FIGURA 3.2 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL



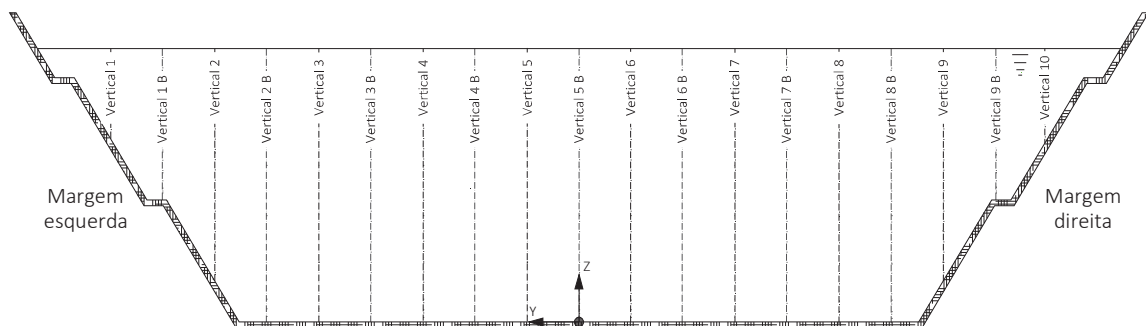
FONTE: Yamakawa (2015)

Para possibilitar a realização das medições de velocidades do escoamento e de níveis de água, o canal experimental foi equipado com um sistema para sustentação de réguas limnimétricas e do equipamento ADV (medidor de velocidade). As seções onde foram realizadas medições para a determinação do

campo de velocidade estão indicadas na Figura 3.1. A seção transversal do canal está indicada na Figura 3.2. As verticais onde foram realizadas as medições de velocidade estão indicadas de maneira esquemática na Figura 3.3. Nessas mesmas seções foram feitas medições de nível de água de acordo com as verticais indicadas na Figura 3.4.

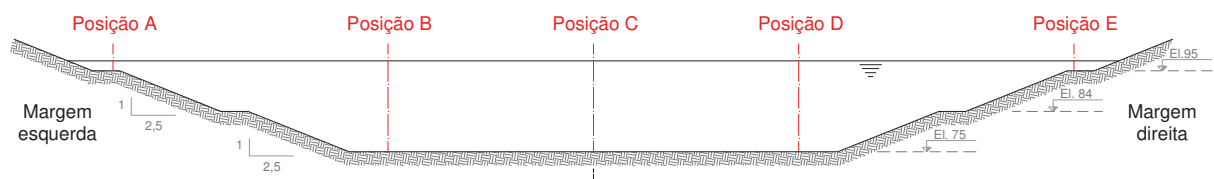
Conforme indicado na Figura 3.3, foram definidas quinze verticais em cada seção transversal para a realização de medições de velocidades, sendo que dez das verticais (1 a 10) foram verificadas em todas as seções transversais. As medições nas verticais 1B a 9B, entretanto, foram feitas apenas nas seções onde se mostrou necessário em função das características do escoamento, ou seja, os registros de velocidades nessas verticais foram realizados apenas nas seções onde o campo de velocidades se mostrou mais complexo. Em geral, em cada vertical foram medidos até 6 pontos por vertical.

FIGURA 3.3 – CROQUI DAS VERTICAIS DE MEDIÇÃO NA SEÇÃO TRANSVERSAL



FONTE: Yamakawa (2015)

FIGURA 3.4 – INDICAÇÃO DAS POSIÇÕES DE MEDIÇÃO DE NÍVEL DE ÁGUA AO LONGO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS DO CANAL



FONTE: Yamakawa (2015)



### 3.2.2 Ensaio realizado e resultados obtidos

O ensaio realizado por Yamakawa (2015) foi feito com as seguintes condições de contorno: a montante foi imposta a vazão de  $0,340 \text{ m}^3/\text{s}$  e a profundidade do escoamento próximo à extremidade de jusante do canal foi de  $0,2817 \text{ m}$ . As características hidráulicas do escoamento resultante a partir da utilização das condições de contorno descritas anteriormente estão apresentadas na Tabela 3.1. A análise dos números de Reynolds e de Froude indicam que o escoamento é turbulento de transição e subcrítico.

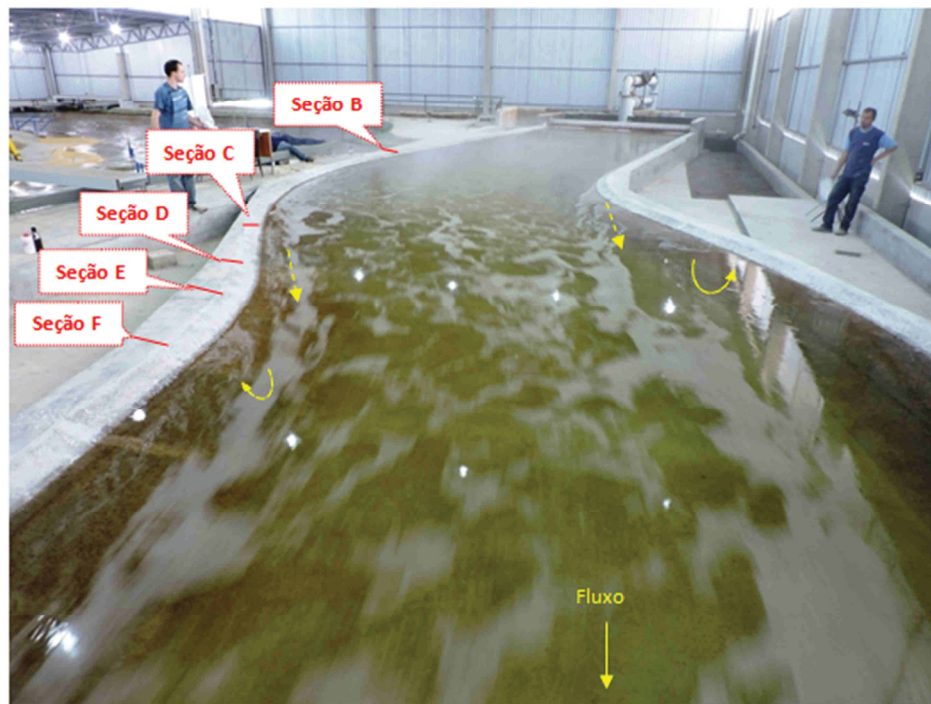
As características gerais do escoamento estão apresentadas na Figura 3.5 e Figura 3.6.

TABELA 3.1 – CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DO ESCOAMENTO

Vazão	$Q = 0,340 \text{ m}^3/\text{s}$
Profundidade do escoamento na seção final do canal	$H = 0,28 \text{ m}$
Área da seção transversal na seção final do canal	$A = 1,08 \text{ m}^2$
Perímetro molhado na seção final do canal	$P = 4,87 \text{ m}$
Raio hidráulico na seção final do canal	$R_h = 0,22 \text{ m}$
Velocidade média na seção final do canal	$U = \frac{Q}{A} = 0,31 \text{ m/s}$
Número de Reynolds na seção final do canal	$Re = \frac{UR_h}{\nu} = 279.654$
Número de Froude na seção final do canal	$Fr = \sqrt{\frac{Q^2 B}{g A^3}} = 0,21$
Inclinação média do nível de água	$S_s = 0,0003 \text{ m/m}$
Tensão tangencial média	$\tau \approx \rho g R_h S_s = 0,56 \text{ N/m}^2$
Velocidade de corte	$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = 0,024 \text{ m/s}$
Altura de rugosidade	$k_s \approx d_{50} = 0,002 \text{ m}$
Número de Reynolds de corte	$Re_* = \frac{u_* k_s}{\nu} = 47,4$
Parâmetro $D/k_s$	$D/k_s \approx 4R_h/k_s = 444$

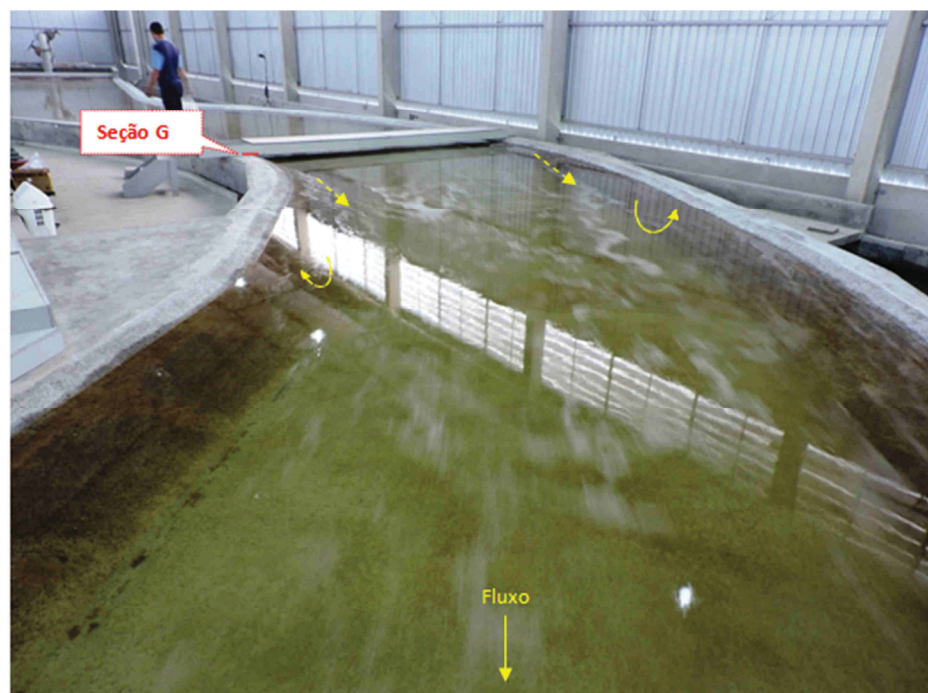
FONTE: Yamakawa (2015)

FIGURA 3.5 – CONDIÇÕES GERAIS DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS 1 E 2



FONTE: Yamakawa (2015)

FIGURA 3.6 – CONDIÇÕES GERAIS DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DA CURVA 3



FONTE: Yamakawa (2015)

Os resultados das medições de níveis de água estão indicados na Tabela 3.2. Conforme pode ser observado, tanto a partir dos resultados indicados na Tabela 3.2 quanto na Figura 3.7, o comportamento do escoamento com relação aos níveis de água ao longo do trecho curvo é típico de canais curvos, com superelevações junto às margens externas das curvas. Essas inclinações transversais na superfície do escoamento é decorrente das distorções na distribuição de pressões nas regiões das curvas e também em regiões influenciadas por elas. Como consequência dessa distorção na distribuição de pressões ocorre a formação de circulações indicadas em azul na Figura 3.7.

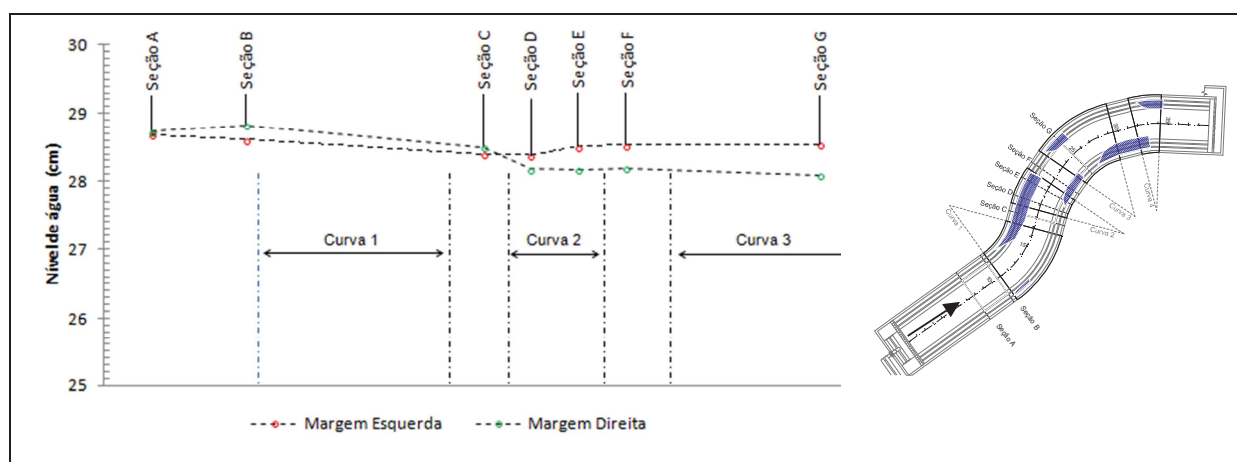
TABELA 3.2 – NÍVEIS DE ÁGUA MEDIDOS AO LONGO DO CANAL (cm)

Posição	Seção A	Seção B	Seção C	Seção D	Seção E	Seção F	Seção G
1 (Margem esquerda)	28,7	28,6	28,4	28,4	28,5	28,5	28,5
2	28,7	28,7	28,4	28,4	28,4	28,4	28,4
3 (Centro)	28,7	28,7	28,5	28,4	28,4	28,4	28,4
4	28,7	28,8	28,5	28,3	28,2	28,3	28,2
5 (Margem direita)	28,7	28,8	28,5	28,2	28,2	28,2	28,1
Superelevação <sup>1</sup>	0,0	-0,2	-0,1	0,2	0,3	0,3	0,4

<sup>1</sup> Valores negativos indicam que a superelevação ocorreu na margem direita.

FONTE: Yamakawa (2015)

FIGURA 3.7 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DAS MARGENS ESQUERDA E DIREITA DO CANAL E INDICAÇÃO DAS ZONAS DE SEPARAÇÃO DO ESCOAMENTO



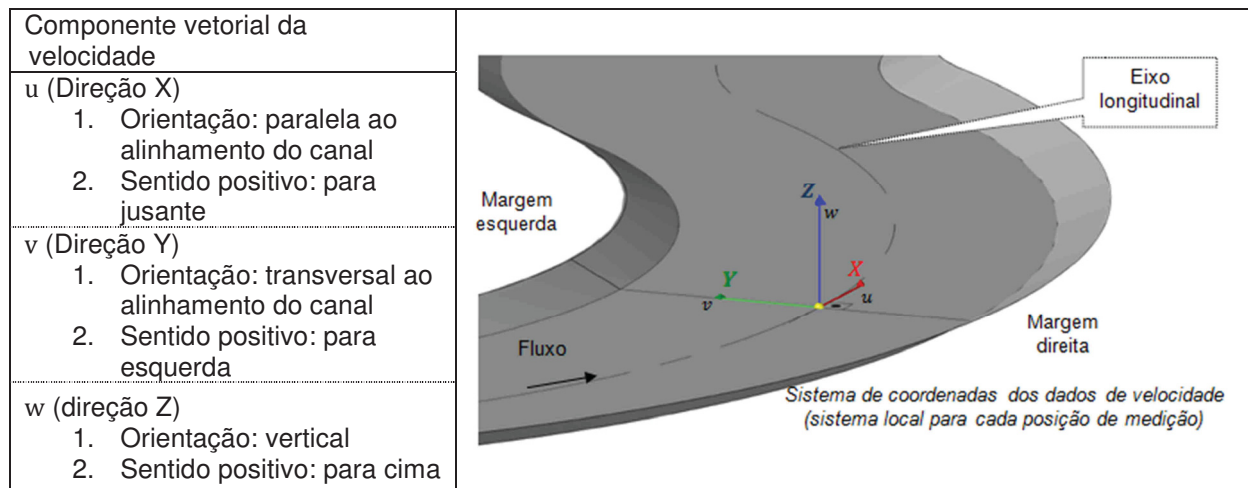
FONTE: Yamakawa (2015)

O padrão das velocidades do escoamento foi analisado por Yamakawa (2015) a partir de medições realizadas ao longo de sete seções transversais, indicadas na Figura 3.1. Foram realizadas medições instantâneas das três componentes da velocidade (ver Figura 3.8) com o uso de um velocímetro acústico doppler (ADV). A partir dessas medições foram determinadas:

- Velocidades médias de cada componente,  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  e  $\bar{w}$ ;
- Velocidade média em cada posição,  $\bar{U} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2}$ .

A barra (  $\bar{\phantom{x}}$  ) indica a média temporal das variáveis.

FIGURA 3.8 – SISTEMA DE COORDENADAS DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE



FONTE: Yamakawa (2015)

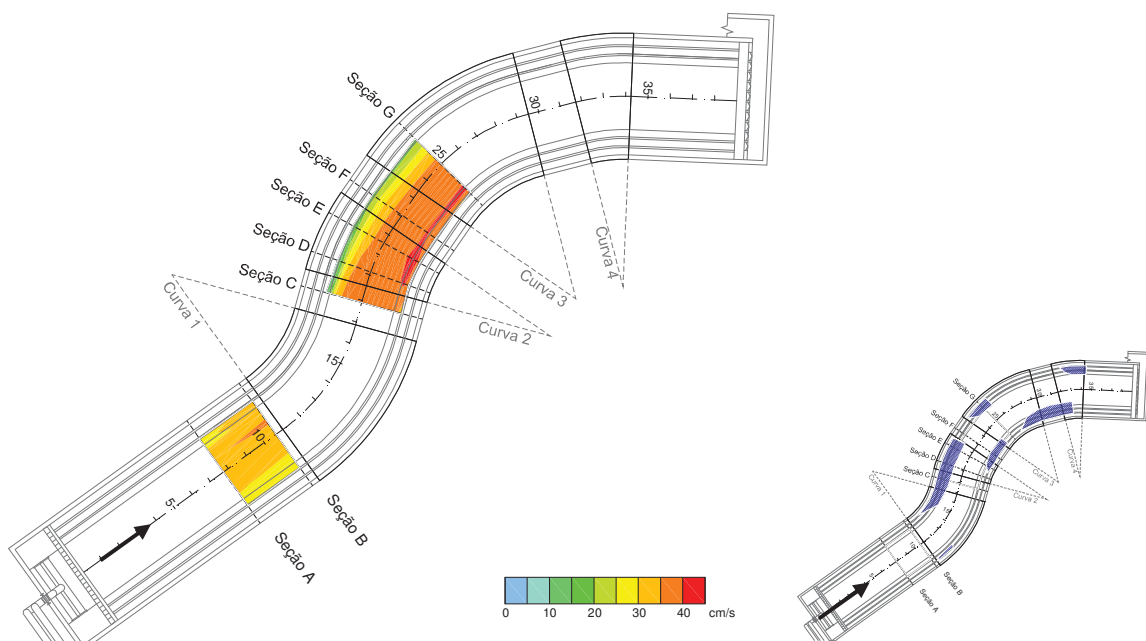
Os resultados das medições de velocidades médias realizadas em cada uma das seções estão indicados no Anexo A. Esses resultados são utilizados para a realização das comparações com os modelos numéricos. A Tabela 3.3 apresenta um resumo das velocidades medidas ao longo do canal, promediadas ao longo de cada vertical.

A análise da Figura 3.9 permite identificar o efeito das curvas do canal sobre o padrão do escoamento. Os valores apresentados correspondem às velocidades médias em cada vertical. Conforme pode ser observado, a diminuição da velocidade do escoamento junto à margem esquerda do canal na região entre as seções C e G indicam a existência de uma separação. Como consequência, observa-se um aumento da velocidade na região da margem direita, decorrente da concentração do

fluxo nessa região. Também observa-se que na região a montante das curvas, ou seja, no trecho retilíneo, o fluxo é aproximadamente simétrico (Seção A).

Yamakawa (2015) observou indícios da presença de correntes secundárias na região das curvas, evidenciadas pela variação do sentido das velocidades transversais ao longo do canal no fundo e na superfície (seções C, D, F e G) e pelo padrão das isolinhas de velocidades, com convexidade em direção aos cantos da seção transversal. A autora não pôde, entretanto, definir com exatidão as células de correntes secundárias, devido possivelmente à quantidade insuficiente de verticais medidas.

FIGURA 3.9 – DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES MÉDIAS AO LONGO DO CANAL



FONTE: Yamakawa (2015)

TABELA 3.3 – CANAL EXPERIMENTAL – RESUMO DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO

Seção	Vertical	Vel. média (m/s) U±s	Seção	Vertical	Vel. média (m/s) U±s	Seção	Vertical	Vel. média (m/s) U±s	Seção	Vertical	Vel. média (m/s) U±s
Seção A	1	0,179	Seção B	1	0,203	Seção C	1	0,060	Seção D	1	0,072
	01 B	± 0,051		01 B	± 0,000		01 B	-		01 B	-
	2	0,251		2	± 0,059		2	± 0,118		2	± 0,084
	2 B	± 0,101		2 B	± 0,054		2 B	-		2 B	± 0,015
	2 B	± 0,059		2 B	± 0,056		3	± 0,313		3	± 0,269
	3	0,256		3	± 0,050		3 B	-		3 B	± 0,043
	3 B	± 0,056		3 B	-		4	± 0,335		4	± 0,323
	4	-		4	± 0,055		4 B	-		4 B	± 0,069
	4 B	± 0,061		4 B	-		5	± 0,345		5	± 0,345
	5	-		5	± 0,057		5 B	± 0,343		5 B	± 0,347
Seção E	5 B	± 0,066	Seção F	5 B	± 0,059	Seção G	5 B	± 0,329	Seção H	5 B	± 0,365
	6	0,289		6	± 0,050		6	± 0,341		6	± 0,347
	6 B	± 0,055		6 B	± 0,053		6 B	± 0,333		6 B	± 0,345
	7	-		7	± 0,048		7	± 0,339		7	± 0,345
	7 B	± 0,055		7 B	-		7 B	± 0,323		7 B	± 0,349
	8	-		8	± 0,054		8	± 0,321		8	± 0,347
	8 B	± 0,046		8 B	± 0,046		8 B	± 0,329		8 B	± 0,365
	9	0,256		9	± 0,044		9	± 0,339		9	± 0,371
	9 B	± 0,043		9 B	± 0,041		9 B	± 0,313		9 B	± 0,333
	10	0,251		10	± 0,041		10	± 0,275		10	± 0,293
Seção E	10	± 0,000	Seção F	10	± 0,000	Seção G	10	± 0,000	Seção H	10	± 0,025
	1	0,036		1	0,054		1	0,072		1	0,072
	01 B	-		01 B	-		01 B	-		01 B	-
	2	0,118		2	± 0,169		2	± 0,163		2	± 0,084
	2 B	-		2 B	-		2 B	-		2 B	-
	3	0,251		3	± 0,245		3	± 0,219		3	± 0,269
	3 B	-		3 B	-		3 B	-		3 B	-
	4	0,303		4	± 0,301		4	± 0,281		4	± 0,323
	4 B	± 0,067		4 B	-		4 B	-		4 B	-
	5	-		5	± 0,325		5	± 0,319		5	± 0,345
Seção E	5 B	± 0,082	Seção F	5 B	± 0,082	Seção G	5 B	± 0,329	Seção H	5 B	± 0,365
	6	0,339		6	± 0,079		6	± 0,327		6	± 0,347
	6 B	± 0,080		6 B	± 0,090		6 B	± 0,323		6 B	± 0,345
	7	0,371		7	± 0,085		7	± 0,331		7	± 0,349
	7 B	± 0,080		7 B	± 0,084		7 B	± 0,343		7 B	± 0,365
	8	0,353		8	± 0,089		8	± 0,382		8	± 0,371
	8 B	± 0,078		8 B	± 0,093		8 B	± 0,375		8 B	± 0,333
	9	0,355		9	± 0,057		9	± 0,313		9	± 0,293
	9 B	± 0,077		9 B	± 0,061		9 B	± 0,215		9 B	± 0,225
	10	0,340		10	± 0,055		10	± 0,044		10	± 0,025
Seção E	10	± 0,018	Seção F	10	± 0,008	Seção G	10	± 0,000	Seção H	10	± 0,025
	1	0,036		1	0,054		1	0,072		1	0,072
	01 B	-		01 B	-		01 B	-		01 B	-
	2	0,118		2	± 0,169		2	± 0,163		2	± 0,084
	2 B	-		2 B	-		2 B	-		2 B	-
	3	0,251		3	± 0,245		3	± 0,219		3	± 0,269
	3 B	-		3 B	-		3 B	-		3 B	-
	4	0,303		4	± 0,301		4	± 0,281		4	± 0,323
	4 B	± 0,067		4 B	-		4 B	-		4 B	-
	5	-		5	± 0,325		5	± 0,319		5	± 0,345

Onde:  
 U: Média dos registros de velocidade no ponto  
 s: Desvio padrão das medições de velocidade

FONTE: Adaptado de Yamakawa (2015)



Na seção B, as maiores velocidades do escoamento se concentram junto à margem esquerda (margem interna da curvatura). Da mesma forma, nas demais seções, a concentração de velocidades altas ocorre na margem direita do canal (margem externa da curvatura).

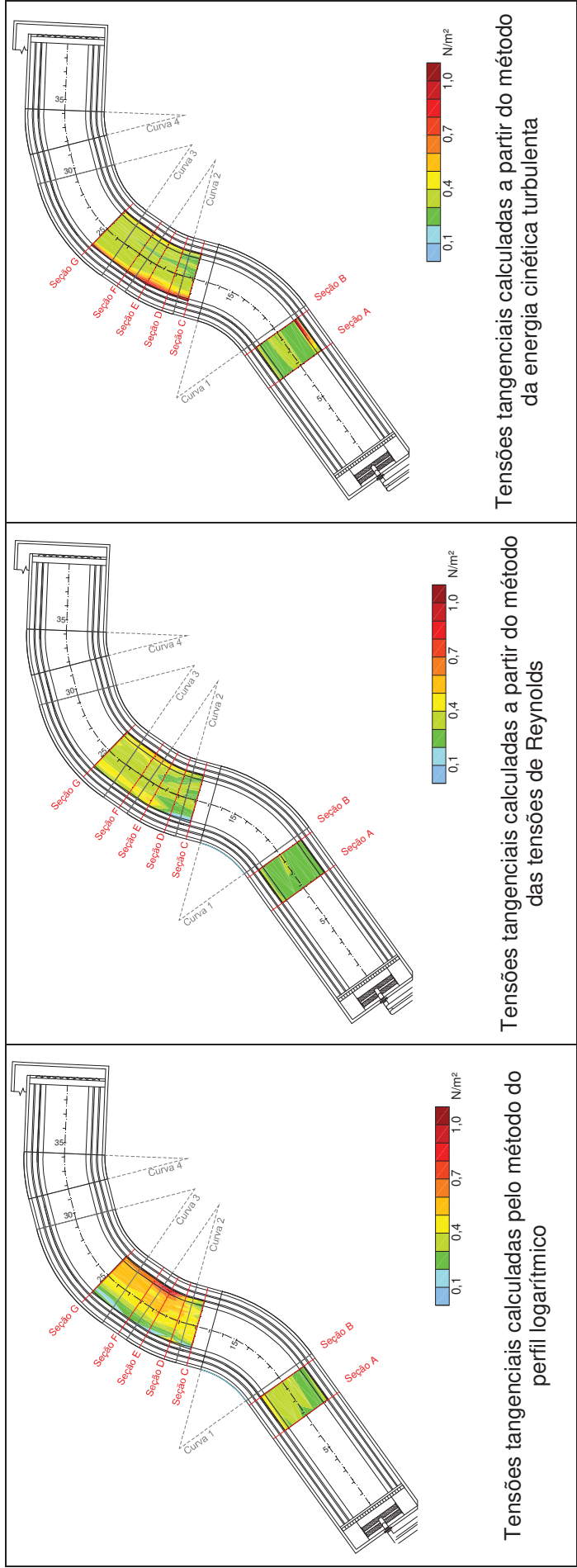
Em algumas seções transversais (seções C, D, F e G), as correntes secundárias são facilmente observadas a partir da distribuição das velocidades transversais  $v$ . Nas seções C e D, as velocidades transversais são negativas próximo à superfície e positivas próximo ao fundo (corrente secundária com sentido horário). Nas seções F e G, são positivas junto à superfície e negativas próximo ao fundo (corrente secundária com sentido anti-horário).

A Figura 3.10 apresenta as tensões tangenciais estimadas por Yamakawa (2015). Por se tratar de uma variável difícil de ser medida diretamente, a intensidade da tensão tangencial ao longo do canal foi estimada a partir de outras características do escoamento, como, por exemplo, declividade da linha de energia, raio hidráulico, campo de velocidades e flutuações turbulentas. Foram utilizadas 3 metodologias para a estimativa do campo de velocidades sendo elas: o método do Perfil Logarítmico, o método das Tensões de Reynolds e o método da Energia Cinética Turbulenta.

Observa-se que, o método do Perfil Logarítmico apresentou um acréscimo de tensão tangencial junto à margem interna das curvas 2 e 3, enquanto o método da Energia Cinética Turbulenta mostrou a ocorrência de tensões mais intensas junto à margem externa. O método das Tensões de Reynolds apresentou tensões tangenciais mais bem distribuídas ao longo da seção transversal, de forma que não foi observado locais com valores sensivelmente mais altos.

Outra observação importante que pode ser feita a partir da análise da Figura 3.10 é que o método do Perfil Logarítmico indica, em geral, um valor médio de tensão tangencial da ordem de 0,4 a 0,5 N/m<sup>2</sup>. Este valor é pouco superior os observados a partir dos outros dois métodos, que gira em torno de 0,3 a 0,4 N/m<sup>2</sup>.

FIGURA 3.10 – TENSÕES TANGENCIAIS AO LONGO DO CANAL EXPERIMENTAL OBTIDAS POR YAMAKAWA (2015)



FONTE: Adaptado de Yamakawa (2015)



### Estimativa da viscosidade turbulenta do escoamento no canal experimental

Tomando como ponto de partida a equação (2-54) que compara a aproximação de Boussinesq com o modelo de turbulência proposto por Von Kármán e admitindo distribuição linear das tensões tangenciais ao longo da vertical, pode-se obter a variação da viscosidade cinética turbulenta conforme indicado na equação (3-1):

$$\nu_t = \kappa v_* y \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (3-1)$$

Onde:

- $\nu_t$ : Viscosidade cinemática turbulenta [ $L^2T^{-1}$ ]
- $\kappa$ : Constante de von Kármán [-];
- $v_*$ : Velocidade de corte [ $LT^{-1}$ ];
- $y$ : Distância vertical medida a partir do fundo [L];
- $h$ : Profundidade do escoamento [L].

Pode-se então estimar a viscosidade turbulenta média do escoamento a partir da equação (3-2):

$$\bar{\nu}_t = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} \nu_t dy \quad (3-2)$$

Logo:

$$\bar{\nu}_t = \frac{v_* y}{15} = 0,0667 v_* h \quad (3-3)$$

Este valor, obtido a partir do modelo de turbulência do comprimento de mistura e tomando a aproximação de von Karman, se assemelha muito ao valor mínimo para o coeficiente  $\beta$  da equação (3-4) (WILSON, ET AL, 2002). Entretanto, Wilson, et al (2002) citam que o coeficiente  $\beta$  pode ser sensivelmente maior em função das características gerais do escoamento, sendo, para canais simétricos, de até 0,27.

$$v_t = \beta v^* h \quad (3-4)$$

Assim, tomando as características gerais do escoamento observadas por Yamakawa (2015) para o canal experimental, o valor da viscosidade cinemática turbulenta pode variar, conforme indicado na equação (3-5), desde  $4,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  até  $1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ .

$$4,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} < v_t < 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \quad (3-5)$$

### 3.3 MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL

Neste capítulo serão apresentadas as principais características do modelo numérico utilizado no estudo e também descritas as simulações realizadas.

#### 3.3.1 Características básicas do modelo

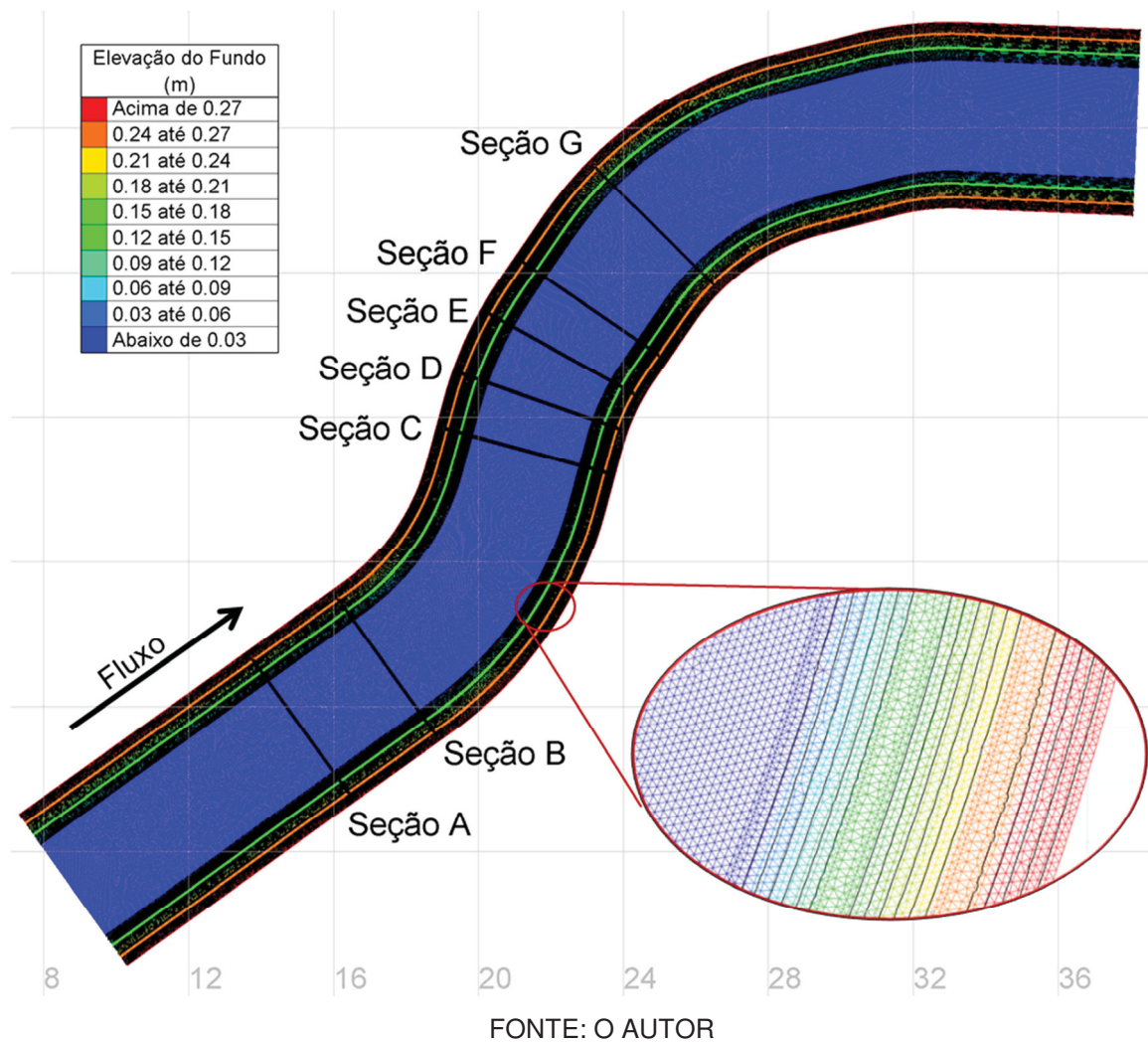
O modelo numérico utilizado no estudo foi o Telemac. Conforme indicado no item 2.6.1, o programa Telemac consiste num modelo hidrodinâmico computacional, desenvolvido para reproduzir escoamentos com superfície livre, tanto em regime subcrítico quanto em regime supercrítico. Este programa, é capaz de realizar simulações tanto bidimensionais, através da resolução das equações de Saint-Venant, quanto tridimensionais, mediante a utilização das equações de Navier-Stokes. Para o caso de simulações tridimensionais, o programa permite a utilização das equações governantes com ou sem a consideração de distribuição hidrostática de pressões ao longo da vertical.

O domínio do modelo computacional utilizado foi definido considerando os mesmos limites do canal experimental. A malha de elementos finitos foi elaborada utilizando o software BlueKenue 64<sup>®</sup>, desenvolvido pelo *National Research Council Canada*. No desenvolvimento da malha adotou-se elementos triangulares sendo o comprimento médio das arestas dos triângulos de aproximadamente 3,0 cm. Para melhor representar a geometria do problema, a malha computacional foi construída

de maneira a garantir a existência de nós nos offsets dos taludes que definem as margens do canal. A Figura 3.11 indica a malha utilizada nas simulações, a qual possui 244.414 nós e 485.812 elementos.

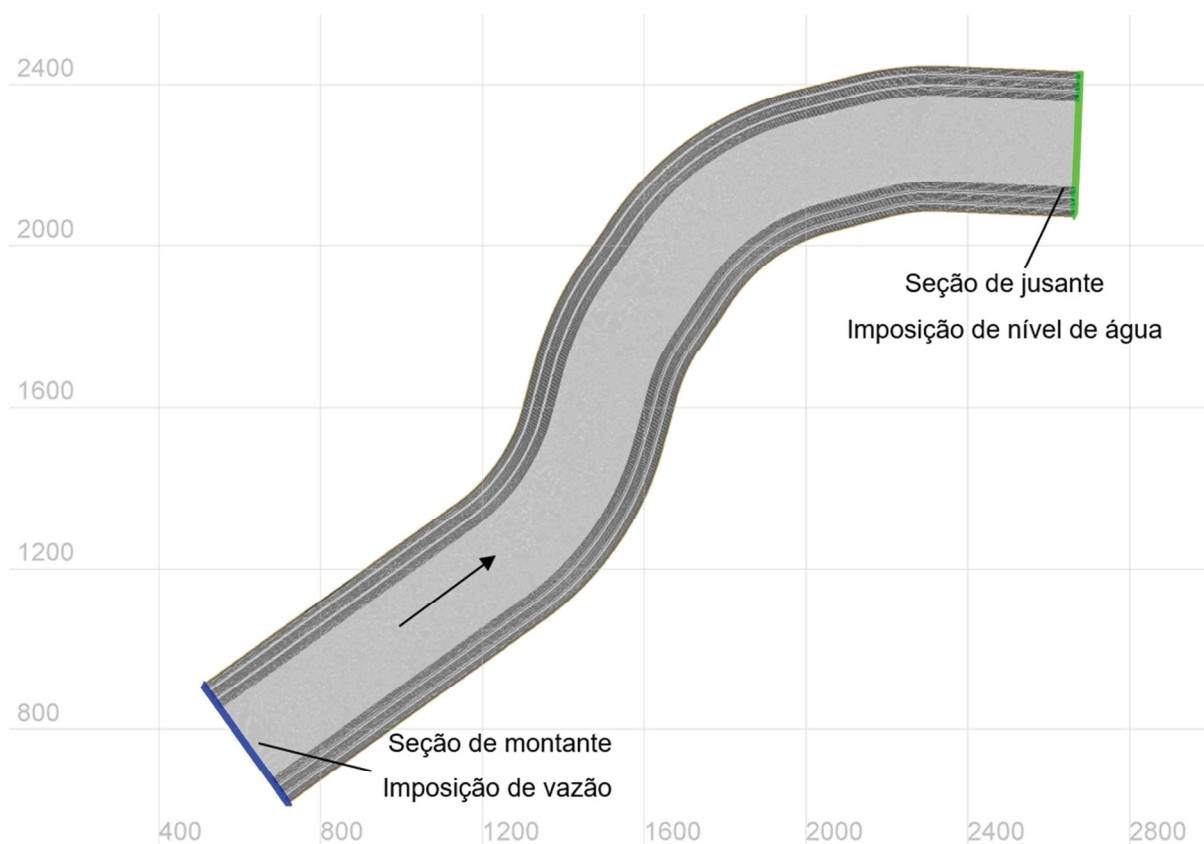
A definição da elevação do fundo do canal para cada um dos nós da malha computacional foi feita a partir de um arquivo que contém uma listagem de aproximadamente 550.000 pontos. Cada um desses pontos é caracterizado por coordenadas espaciais, ou seja, pela sua posição no plano (coordenadas x e y) e também pelo valor da elevação do fundo do canal. Uma vez que esses pontos são distribuídos de maneira dispersa ao longo do espaço, ou seja, não estão necessariamente posicionados nas mesmas coordenadas dos nós, é necessária a utilização de uma ferramenta de interpolação para a atribuição de uma única informação a respeito da elevação do fundo do canal para cada nó da malha computacional. A ferramenta adotada utiliza o método da ponderação do inverso da distância para efetuar a interpolação valores dos pontos do arquivo de batimetria e, posteriormente, realizar a atribuição da informação de elevação do fundo a cada um dos nós da malha.

FIGURA 3.11 – DOMÍNIO COMPUTACIONAL DO MODELO NUMÉRICO IMPLEMENTADO



Conforme indicado na Figura 3.12, a seção de montante do canal no modelo numérico foi definida como sendo a região onde se impõe a vazão de entrada das simulações. Já a seção de jusante foi elaborada de forma a possibilitar a definição do nível de água de jusante. Essas condições de contorno são suficientes para a reprodução de escoamentos subcríticos, conforme o que se deseja reproduzir.

FIGURA 3.12 – CONDIÇÕES DE CONTOURO UTILIZADAS NO MODELO NUMÉRICO COMPUTACIONAL



FONTE: O AUTOR

### 3.3.2 Simulações numéricas realizadas

Neste capítulo são apresentadas as simulações numéricas realizadas para a comparação com os resultados obtidos no canal experimental.

O algoritmo do pacote bidimensional do software Telemac, versão v7p1, utilizado nas simulações numéricas apresentadas neste trabalho, possibilita a resolução das equações Saint-Venant em conjunto com a utilização dos seguintes modelos de turbulência:

- Modelo de viscosidade turbulenta constante;
- Modelo tipo Elder;
- Modelo Smagorinsky;
- Modelo  $k - \varepsilon$ ;

Neste trabalho, foram realizadas as seguintes simulações Tabela 3.4:

TABELA 3.4 – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COMPUTACIONAIS BIDIMENSIONAIS

Teste	Modelo de turbulência
1	Modelo de viscosidade turbulenta constante
2	Modelo tipo Elder
3	Modelo $k - \varepsilon$

### 3.4 VERIFICAÇÃO DA ADERÊNCIA DOS RESULTADOS

A análise e comparação dos resultados das simulações numéricas foi realizada com base nas seguintes informações:

#### 3.4.1 Análise qualitativa a partir da identificação das características gerais do escoamento

Nessas análises, de caráter qualitativo, o padrão geral do escoamento obtido a partir das simulações numéricas foi comparado com as características do fluxo observadas no ensaio realizado no canal experimental. Buscou-se com isso identificar as regiões de ocorrência de circulações e/ou separações no escoamento, e, com isso, determinar as principais semelhanças e/ou diferenças em relação ao escoamento no canal experimental.

#### 3.4.2 Análise quantitativa a partir da extração e processamento de informações do campo de velocidades

A partir de informações do campo de velocidade do escoamento extraídas das simulações numéricas foram realizadas avaliações para caracterizar, de maneira quantitativa, a aderência com o escoamento ao longo do canal experimental. Para verificação, os resultados das simulações numéricas foram comparados aos dados experimentais mediante a aplicação das formulações indicadas a seguir:

- Erro médio absoluto (EMA)

O erro médio absoluto, cuja definição está indicada na equação (3-6), pode variar de 0 a infinito positivo sendo zero a correspondência exata.

$$EMA = \frac{\sum_{i=1}^n |O_i - S_i|}{n} \quad (3-6)$$

Onde:

- $O_i$ : Valor observado no canal experimental;
- $S_i$ : Valor simulado no modelo numérico computacional;
- $n$ : Número de observações.

- Erro porcentual médio (EPM)

O erro porcentual médio, cuja definição está indicada na equação (3-7), pode variar de infinito negativo a infinito positivo sendo zero a correspondência exata.

$$EMA = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{O_i - S_i}{O_i}}{n} \quad (3-7)$$

- Erro Porcentual Absoluto Médio (EPAM)

O erro médio absoluto, cuja definição está indicada na equação (3-8), pode variar de 0 a infinito positivo sendo zero a correspondência exata.

$$EPAM = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{O_i - S_i}{O_i} \right|}{n} \quad (3-8)$$

- Coeficiente de eficiência de Nash e Sutcliffe (COE)

O coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (Nash & Sutcliffe, 1970), indicado na equação (3-9), corresponde ao quadrado das diferenças observadas relacionadas à variância das observações. Por levar o erro ao quadrado no numerador da equação, este coeficiente superestima os valores altos de erros.

$$COE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (3-9)$$

Onde:

- $\bar{O}$ : Média das observações no canal experimental.

O coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe pode variar desde  $-\infty$  até 1 sendo 1 a correspondência exata dos dados simulados aos dados observados e  $-\infty$  indicando que os valores analisados não possuem correspondência. Assim, a classificação indicada na Tabela 3.5 pode ser utilizada como referência para classificar a eficiência de um modelo (MORIASI, *et al.*, 2007)

TABELA 3.5 – CLASSIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO MODELO DE ACORDO COM O COEFICIENTE ENS

<b>Desempenho do modelo</b>	<b>Valor do coeficiente COE</b>
Muito bom	$0,75 < \text{COE} < 1,00$
Bom	$0,65 < \text{COE} < 0,75$
Satisfatório	$0,50 < \text{COE} < 0,65$
Insatisfatório	$\text{COE} < 0,5$



## 4 RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta uma análise dos resultados obtidos. Neste sentido, o capítulo foi subdividido em 2 itens, sendo eles:

- Apresentação dos resultados obtidos nas simulações numéricas; e
- Comparação e análise dos resultados das simulações numéricas com os do canal experimental.

### 4.1 TESTE 1 – MODELO DE VISCOSIDADE TURBULENTE CONSTANTE

O modelo de turbulência com viscosidade turbulenta constante consiste no modelo mais simples a ser implementado. Nele, a viscosidade turbulenta é considerada constante ao longo de todo o domínio computacional, independentemente das características do escoamento ou da discretização espacial e temporal definida. Também é implícito neste modelo que a turbulência não é propagada ao longo do fluxo, ou seja, ela é dissipada na mesma região em que é produzida.

De acordo com a equação (2-59), proposta por Keefer (1971), a viscosidade cinemática turbulenta do escoamento no canal analisado deve se da ordem de  $10^{-3}$ . Para as avaliações realizadas neste trabalho, foram feitas 4 simulações, cujos valores de viscosidade turbulenta estão indicados na Tabela 4.1. Como era de se esperar, os valores de viscosidade turbulenta são muito maiores que a viscosidade cinemática da água, que é da ordem de  $10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. A interpretação física desses valores indica que a difusão das propriedades do escoamento, tais como, quantidade de movimento, concentração de constituintes e de sólidos em suspensão são muito mais influenciadas pelas características das flutuações, ou seja, da turbulência existente no escoamento.

TABELA 4.1 – TESTE 1.2 – SIMULAÇÕES REALIZADAS

Simulação	Valor da viscosidade turbulenta utilizada
1 – A	$\nu_t = 10^{-1}$ m <sup>2</sup> /s
1 – B	$\nu_t = 10^{-2}$ m <sup>2</sup> /s
1 – C	$\nu_t = 5 \times 10^{-3}$ m <sup>2</sup> /s
1 – D	$\nu_t = 10^{-3}$ m <sup>2</sup> /s

A seguir serão apresentados os resultados e feitas as análises relativas às simulações bidimensionais realizadas com o modelo de turbulência de viscosidade turbulenta constante.

### Avaliação qualitativa

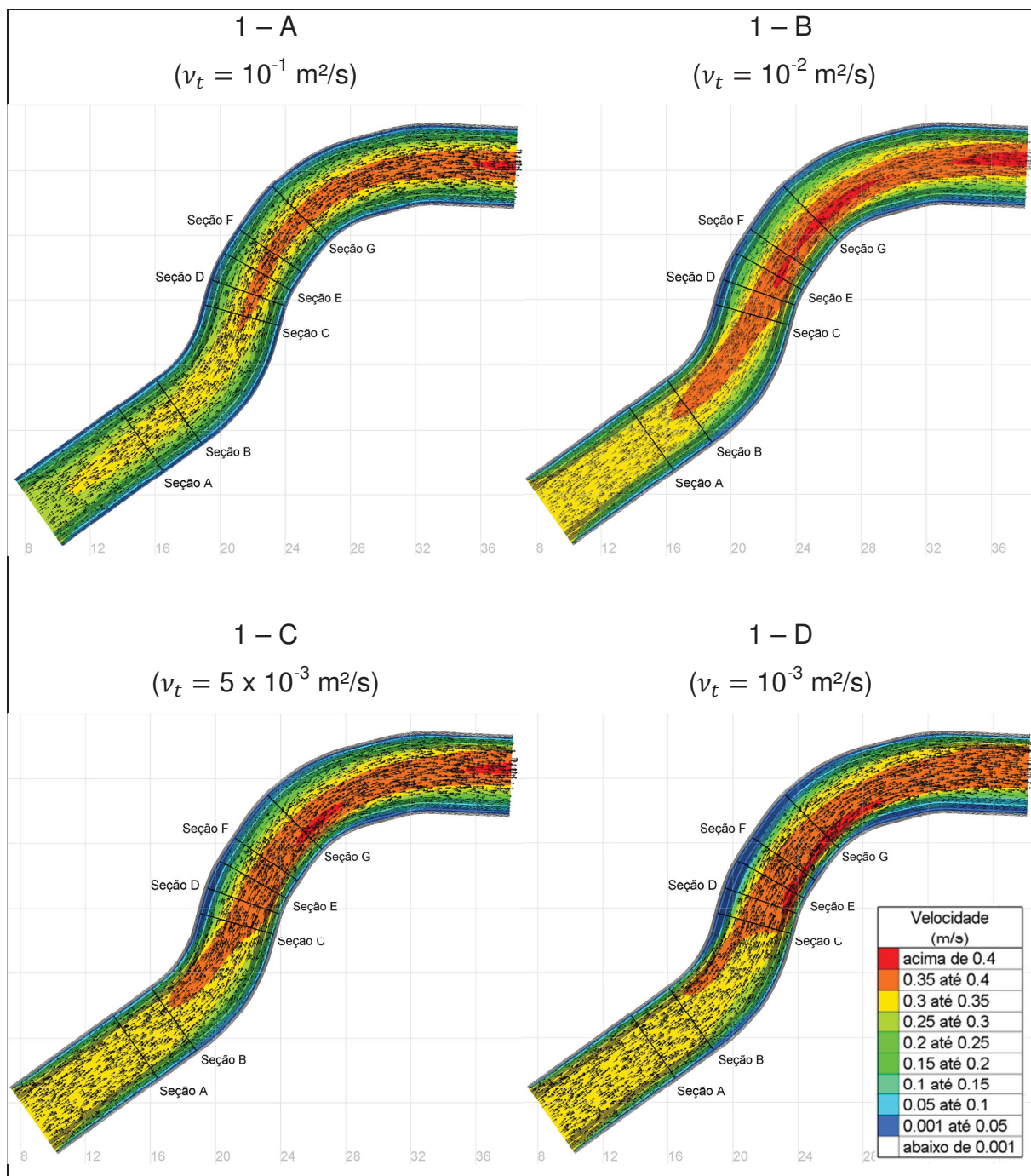
A Figura 4.1 resume as características do escoamento observadas nas simulações realizadas. Como pode ser observado, o aumento da viscosidade turbulenta diminuiu a intensidade das separações que ocorrem na região das curvas. Para a simulação 1-A, realizada com a viscosidade turbulenta igual a  $0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ , observou-se essas separações praticamente não existiram, o que fica evidenciado pela distribuição razoavelmente simétrica das velocidades ao longo das seções transversais. Com a diminuição da viscosidade turbulenta, observou-se o aumento progressivo da intensidade das separações, fazendo com que a geometria do contorno passasse a ser cada vez mais importante na definição do campo de velocidades.

Para a simulação 1-B, observou-se uma concentração significativa de velocidade junto à margem direita do canal, causada pela separação ocorrida na região da curva 1. Em uma comparação com o campo de velocidades obtido para o teste realizado no canal experimental (Figura 3.9), pode-se perceber que, apesar de já haver a clara indicação da distorção do campo de velocidades devido às curvas, o núcleo do escoamento ocorreu mais ao centro do canal, indicado que a viscosidade utilizada ainda é mais alta que a necessária para a correta reprodução do escoamento. Outro fato que contribui para esta avaliação é a inexistência de correntes de retorno ao longo do modelo.

Nesse sentido, a simulação 1-D foi realizada com uma viscosidade turbulenta uma ordem de grandeza menor que a utilizada na simulação 1-B. Ao contrário do observado anteriormente, nessa simulação é possível observar a ocorrência das circulações, tanto junto à margem esquerda, logo a jusante da curva 1, quanto junto à margem direita a jusante da curva 2, conforme se verifica na Figura 4.2. Esse mesmo comportamento foi observado por Yamakawa (2015) nos ensaios realizados no canal experimental. Também foi possível observar que a concentração

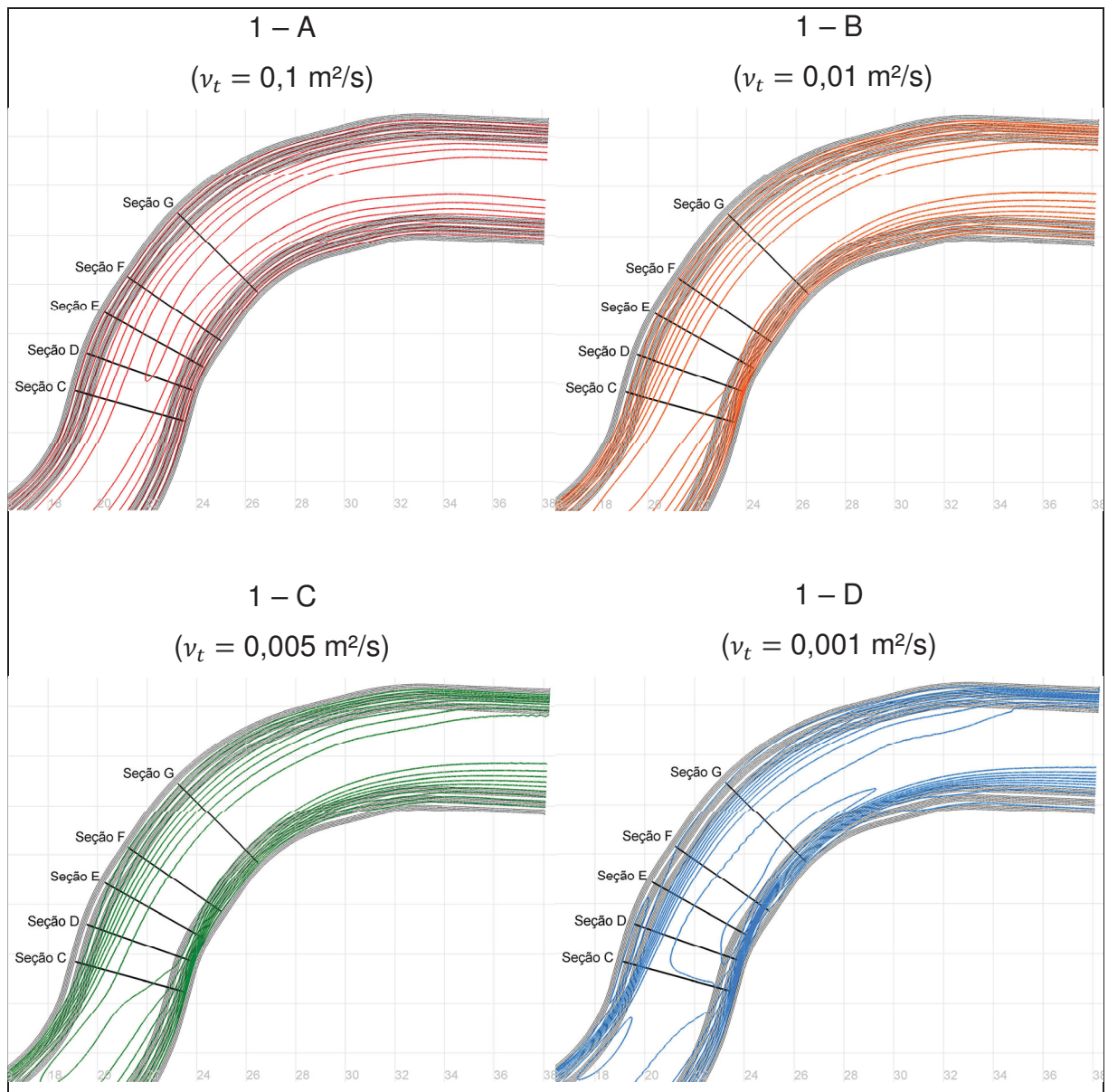
do fluxo junto à margem direita do canal na região das curvas se assemelhou muito às características do escoamento no canal experimental, apresentando um núcleo com velocidade acima de 0,4 m/s.

FIGURA 4.1 – TESTE 1 – MODELO COM VISCOSIDADE TURBULENTE CONSTANTE – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO



A simulação 1-C foi realizada com o intuito de verificar se a melhor aderência aos dados experimentais ocorreria com a utilização de um valor de viscosidade turbulenta intermediário entre os utilizados nas simulações 1-B e 1-D. Conforme pode ser observado, o aumento da viscosidade turbulenta ocasionou uma diminuição na concentração do escoamento junto à margem direita do canal. Também fez com que as circulações nas regiões das curvas não fossem mais observadas, conforme se constata na Figura 4.2.

FIGURA 4.2 – TESTE 1 – ISOLINHAS DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS



### Avaliação quantitativa

A Figura 4.3 e a Tabela 4.2 apresentam os níveis de água obtidos nas simulações numéricas comparados com aqueles registrados por Yamakawa (2015). Observa-se claramente que os níveis de água para a simulação 1-A foram maiores que os obtidos experimentalmente. Tomando como base de análise a equação de Boussinesq, reproduzida na equação (4-1), pode-se verificar que, mantido o gradiente de velocidade, o aumento da viscosidade turbulenta adotada na simulação resulta em tensões de Reynolds maiores. Maiores valores de tensões de Reynolds, por sua vez, significa um escoamento com maior capacidade difusiva, ou seja, com maior capacidade de dissipação de energia na forma de calor. Isso resulta em maiores perdas de carga ao longo do canal, o que é compatível com os maiores níveis de água observados nessa simulação.

$$\tau_{\text{turb}} = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (4-1)$$

A simulação que conduz a níveis de água mais próximos aos observados é a simulação 1-D, realizado com a viscosidade turbulenta de 0,001 m<sup>2</sup>/s. Isso é compatível com a estimativa proposta por Keefer (1971), indicada na equação (2-59).

FIGURA 4.3 – TESTE 1.1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL

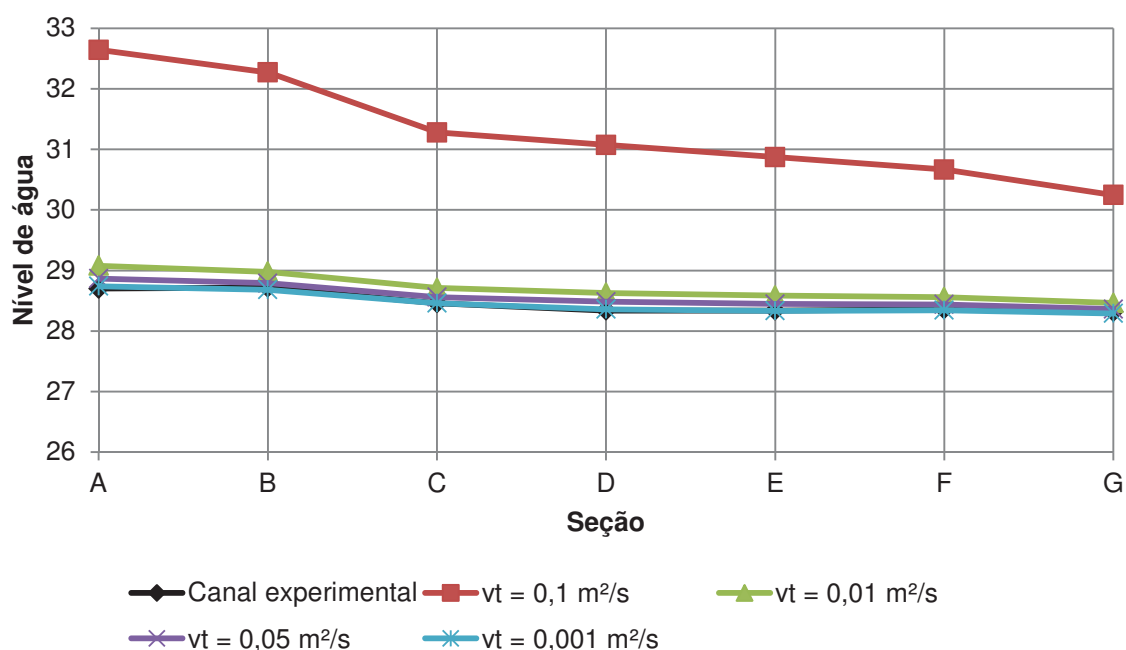


TABELA 4.2 – TESTE 1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL

Seção	Canal experimental	Níveis de água (cm)			
		1-A $\nu_t = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$	1-B $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$	1-C $\nu_t = 0,05 \text{ m}^2/\text{s}$	1-D $\nu_t = 0,001 \text{ m}^2/\text{s}$
A	28,70	32,64	29,08	28,87	28,74
B	28,72	32,27	28,98	28,79	28,68
C	28,46	31,28	28,71	28,56	28,46
D	28,34	31,07	28,63	28,48	28,36
E	28,34	30,87	28,58	28,45	28,33
F	28,36	30,67	28,56	28,44	28,35
G	28,32	30,25	28,46	28,36	28,29
Seção	Diferença em relação aos dados experimentais (cm)				
	1-A $\nu_t = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$	1-B $\nu_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$	1-C $\nu_t = 0,05 \text{ m}^2/\text{s}$	1-D $\nu_t = 0,001 \text{ m}^2/\text{s}$	
A	3,94	0,38	0,17	0,04	
B	3,55	0,26	0,07	-0,04	
C	2,82	0,25	0,10	0,00	
D	2,73	0,29	0,14	0,02	
E	2,53	0,24	0,11	-0,01	
F	2,31	0,20	0,08	-0,01	
G	1,93	0,14	0,04	-0,03	

A Tabela 4.3 mostra um resumo das avaliações quantitativas realizadas a partir dos resultados obtidos nas simulações realizadas para o Teste 1. Os números apresentados nesta tabela confirmam as observações feitas nas análises qualitativas, que indicam uma maior aderência para valores mais baixos de viscosidade turbulenta. Entretanto, ao contrário do que se esperava, as avaliações estatísticas mostraram que a simulação feita com a viscosidade turbulenta de  $10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$  não apresentou os melhores resultados. A simulação que resultou nos resultados mais aderentes às medições feitas no canal experimental foi utilização a feita com a viscosidade turbulenta de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$ . Uma possível explicação para este comportamento inesperado é o fato do aparecimento da circulação a jusante da curva 1 para a simulação com a viscosidade turbulenta menor. Essa circulação, apesar de ter sido observada no canal experimental com a utilização de traçadores superficiais, não foi registrada nas medições de velocidade do escoamento (ver medições de velocidade realizadas por Yamakawa (2015) no anexo A).



TABELA 4.3 – VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS OBSERVADOS

Posição	EPM				EPAM			
	$\nu_t = 0,1$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,01$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,005$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,001$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,1$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,01$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,005$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,001$ m <sup>2</sup> /s
Seção A	-8,46	5,42	7,72	10,91	13,61	14,78	12,44	12,17
Seção B	-10,97	0,93	2,87	5,47	14,83	13,45	11,08	10,10
Seção C	0,16	2,82	1,47	-5,13	19,31	11,96	11,37	16,95
Seção D	1,93	2,47	0,46	-7,28	19,96	12,22	12,09	22,81
Seção E	8,77	7,82	5,42	-5,13	24,28	12,14	7,03	24,25
Seção F	11,50	15,26	14,78	6,09	25,78	21,30	19,32	25,24
Seção G	3,15	6,41	6,14	1,76	17,65	12,53	11,99	20,10
Máximo	11,50	15,26	14,78	10,91	25,78	21,30	19,32	25,24
Média	0,87	5,88	5,55	0,96	19,35	14,05	12,19	18,80
Mínimo	-10,97	0,93	0,46	-7,28	13,61	11,96	7,03	10,10

Posição	EMA				COE			
	$\nu_t = 0,1$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,01$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,005$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,001$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,1$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,01$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,005$ m <sup>2</sup> /s	$\nu_t = 0,001$ m <sup>2</sup> /s
Seção A	0,034	0,039	0,033	0,032	-0,77	-0,44	0,60	0,41
Seção B	0,038	0,035	0,029	0,026	-0,39	-0,11	0,73	0,68
Seção C	0,041	0,030	0,024	0,026	0,60	0,85	0,93	0,95
Seção D	0,041	0,027	0,023	0,038	0,65	0,90	0,96	0,92
Seção E	0,039	0,026	0,020	0,042	0,71	0,92	0,95	0,89
Seção F	0,050	0,041	0,035	0,042	0,58	0,77	0,85	0,88
Seção G	0,047	0,038	0,033	0,044	0,56	0,73	0,87	0,86
Máximo	0,050	0,041	0,035	0,044	0,71	0,92	0,96	0,95
Média	0,041	0,034	0,028	0,036	0,28	0,52	0,84	0,80
Mínimo	0,034	0,026	0,020	0,026	-0,77	-0,44	0,60	0,41

Uma boa ilustração do comportamento do escoamento com a variação da viscosidade turbulenta utilizada pode ser encontrada nas Figuras 4.4 a 4.8. As seguintes observações podem ser feitas a partir da análise das informações existentes nessas figuras:

- A Figura 4.4 resume as avaliações estatísticas feitas a respeito dos resultados das simulações numéricas. Como pode ser confirmado através da análise das informações indicadas nesta figura, o valor de viscosidade turbulenta que resultou nos melhores resultados foi o utilizado na simulação 1-C, equivalente a 0,005 m<sup>2</sup>/s.
- Na Figura 4.5 estão indicadas as diferenças em termos percentuais das velocidades obtidas na simulação com a utilização da viscosidade turbulenta igual a 0,1 m<sup>2</sup>/s. Esse valor representa uma viscosidade 100.000 vezes maior que a viscosidade molecular da água. Observa-se que para esse valor de viscosidade o modelo numérico não reproduziu de maneira satisfatória o escoamento na região dos taludes. Muito embora esse comportamento menos

aderente na região dos taludes estar em acordo com as observações feitas por Wilson et. al. (2002), pode-se comprovar através dos resultados das demais simulações realizadas neste Teste 1 (Figuras 4.6 a 4.8) que uma escolha mais adequada para o parâmetro físico a ser utilizado no modelo de turbulência ajuda a contornar essa limitação do modelo bidimensional;

- Aparentemente, o valor de viscosidade que melhor reproduziu as circulações existentes na margem esquerda foi o de  $0,01 \text{ m}^2/\text{s}$  (ver Figura 4.6). Entretanto, ao se observar o comportamento do escoamento nas demais regiões, observa-se que esse parâmetro não foi o que melhor reproduziu o escoamento nas demais regiões do canal;
- A Figura 4.7 mostra as diferenças observadas para a simulação com viscosidade turbulenta de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$ , que, conforme já mencionado, resultou nos resultados mais aderentes em relação ao ensaio realizado no canal experimental. Observa-se que na maior parte do canal, a velocidade do escoamento simulado resultou em um erro da ordem de 10%, o que compensou, de certa maneira, as diferenças observadas na região junto à margem esquerda a jusante da curva 1;
- Na Figura 4.8 pode-se perceber claramente que as velocidades do escoamento junto à margem esquerda do canal resultaram sensivelmente menores que as obtidas por Yamakawa (2015). Isso se deve à existência das circulações junto à essa nas simulações, o que não foi observado nas medições feitas no canal experimental.



FIGURA 4.4 – TESTE 1 – MODELO COM VISCOSIDADE TURBULENTE CONSTANTE  
 AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO

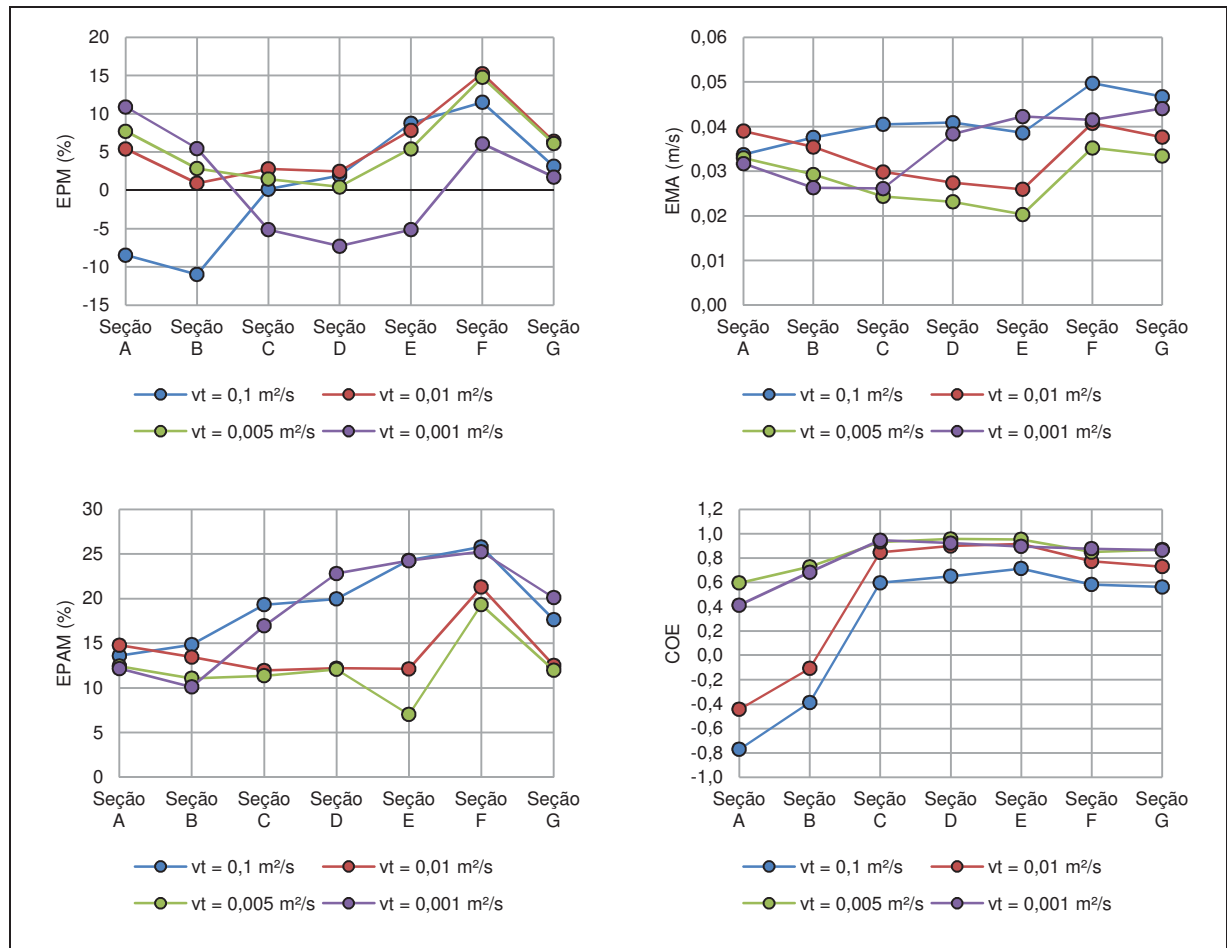


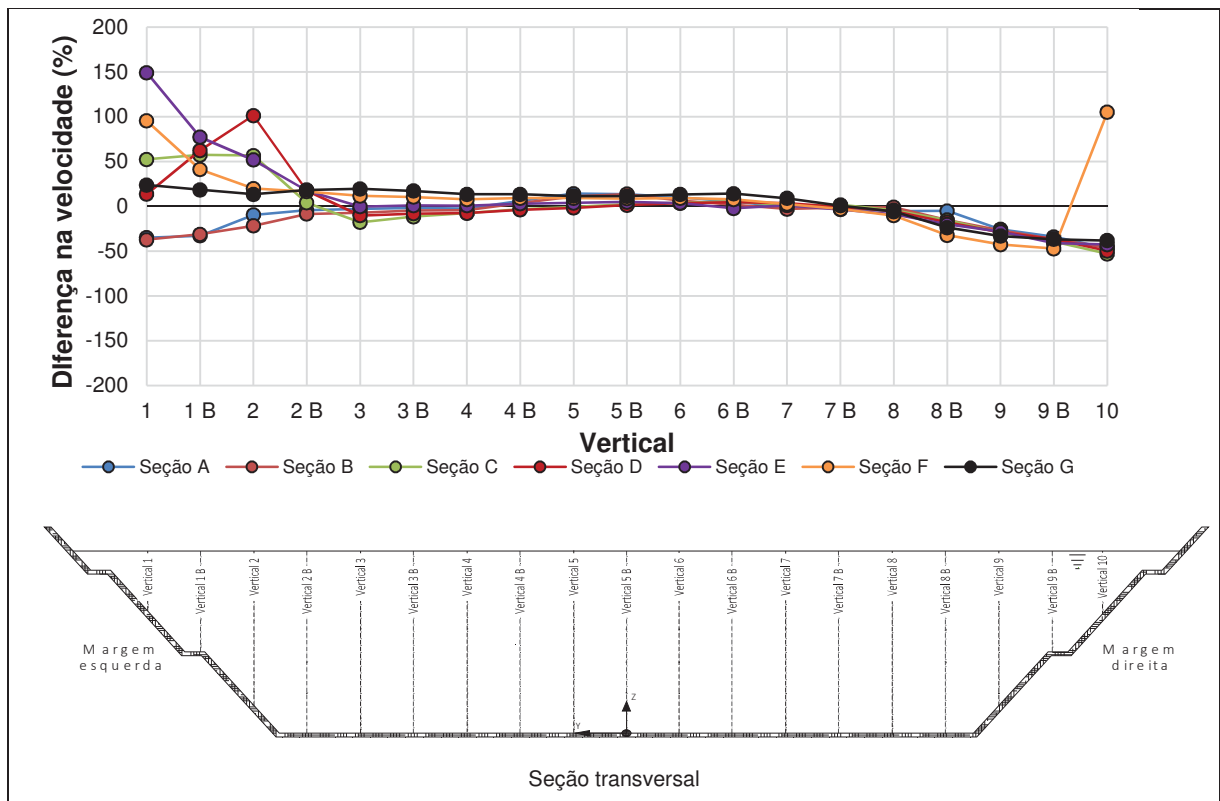
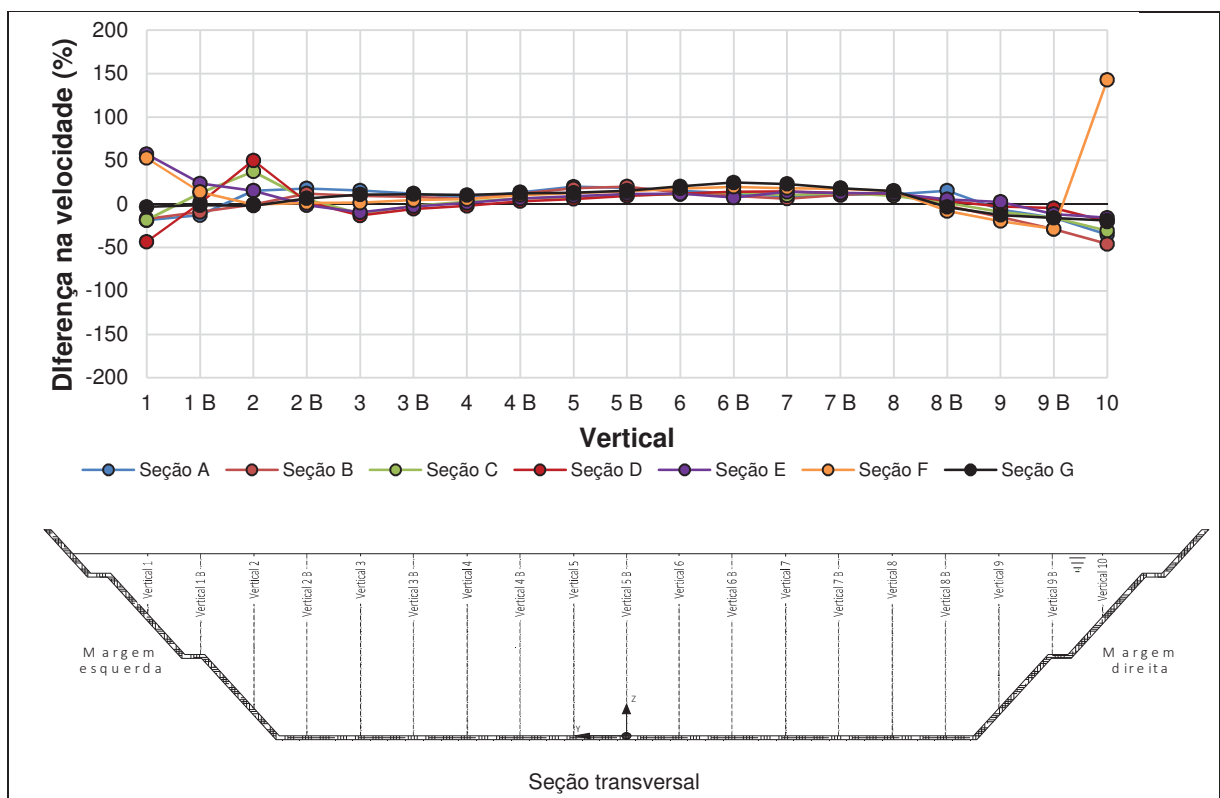
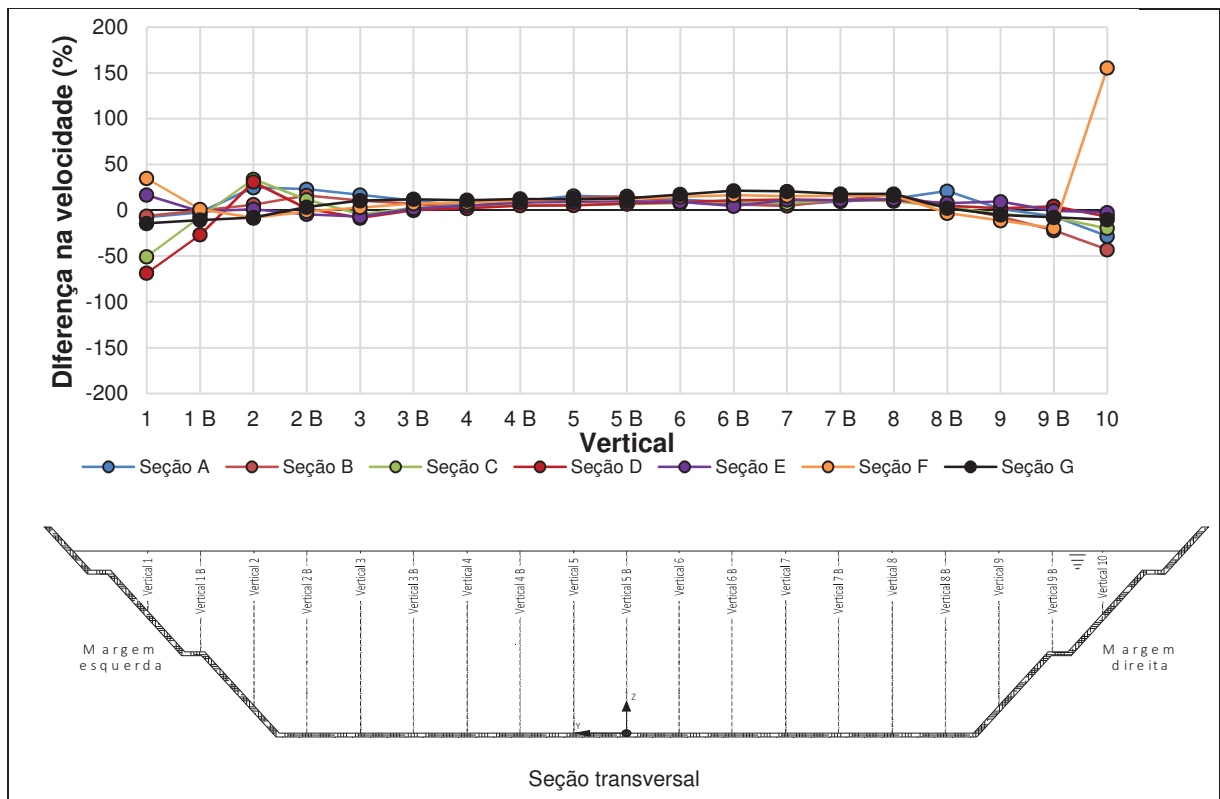
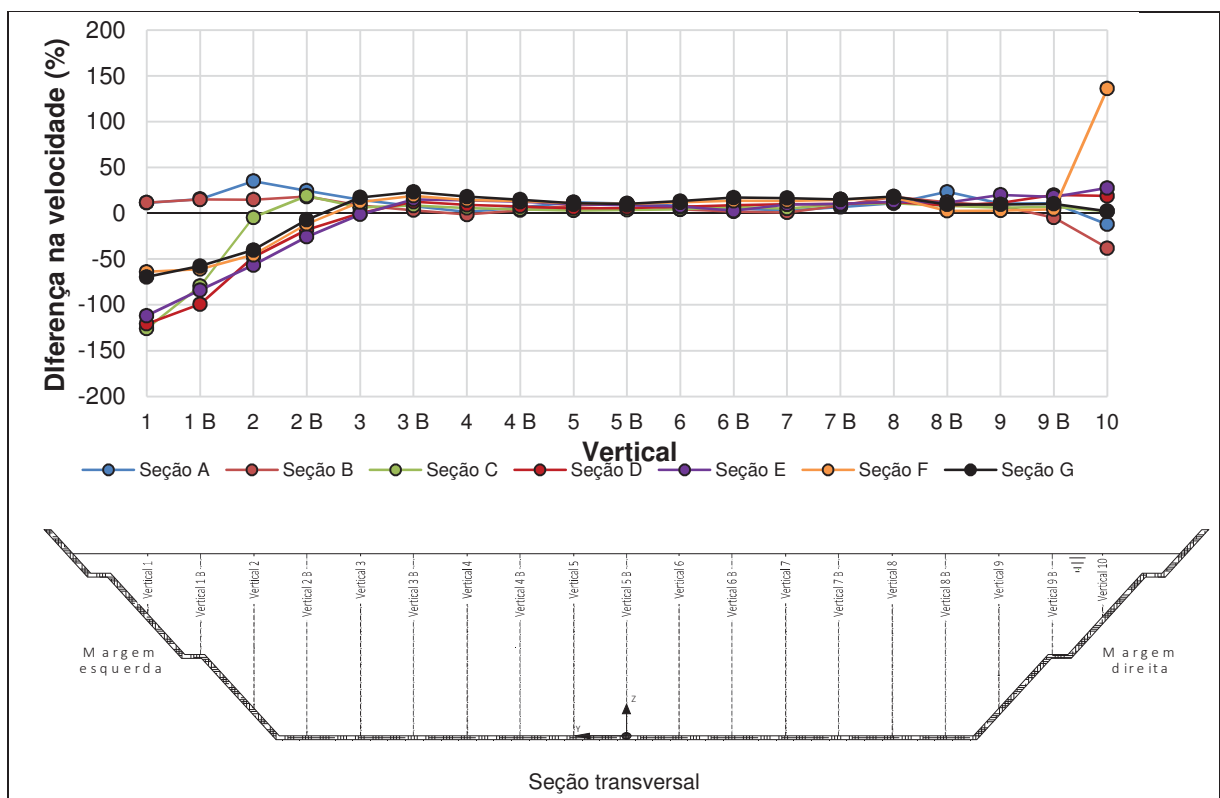
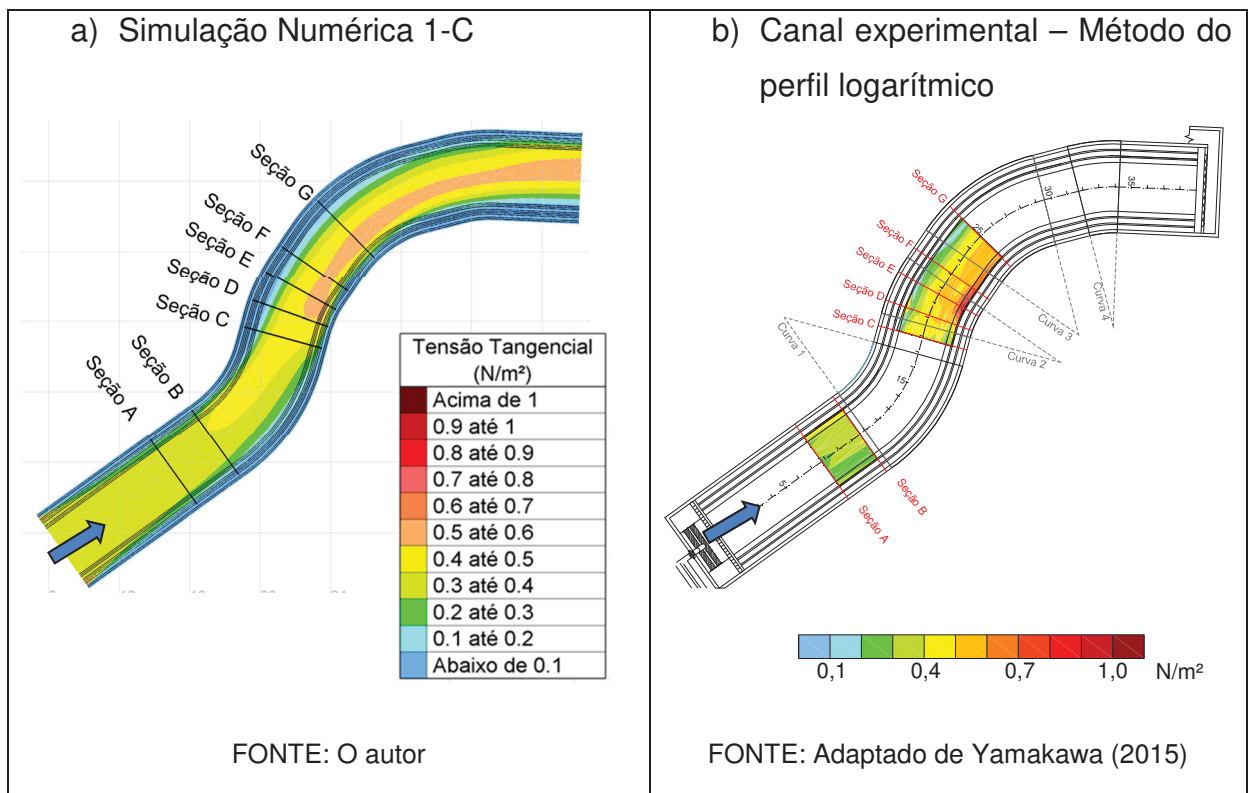
FIGURA 4.5 – SIMULAÇÃO 1-A –  $v_t = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXOFIGURA 4.6 – SIMULAÇÃO 1-B –  $v_t = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

FIGURA 4.7 – SIMULAÇÃO 1-C –  $v_t = 0,005 \text{ m}^2/\text{s}$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXOFIGURA 4.8 – SIMULAÇÃO 1-D –  $v_t = 0,001 \text{ m}^2/\text{s}$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

A Figura 4.9 apresenta uma comparação entre a tensão tangencial obtida na Simulação 1-C, realizada com a viscosidade turbulenta de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$  com os resultados obtidos por Yamakawa (2015). Conforme pode-se observar, a tensão tangencial obtida na simulação se assemelha àquela estimada a partir do método do perfil logarítmico, com valor médio entre  $0,4$  e  $0,5 \text{ N/m}^2$  na região central do canal e um núcleo mais intenso junto à margem direita do canal. Observa-se, entretanto, que o modelo numérico não foi capaz de reproduzir de maneira adequada a intensidade desse núcleo, conduzindo a valores de tensões tangenciais sensivelmente menores. Isso provavelmente é decorrente da impossibilidade de uma simulação bidimensional reproduzir minimamente as correntes secundárias que ocorrem nessas regiões.

FIGURA 4.9 – TESTE 1 – COMPARAÇÃO ENTRE A TENSÃO TANGENCIAL OBTIDA NA SIMULAÇÃO 1-C COM AS OBTIDAS EM CANAL EXPERIMENTAL



## 4.2 TESTE 2 – MODELO ELDER

O modelo de turbulência com viscosidade turbulenta constante consiste num modelo com uma equação algébrica para a determinação da viscosidade turbulenta.

Nele, a viscosidade turbulenta é estimada a partir de características do escoamento médio, conforme indicado nas equações (4-2) e (4-3). Apesar de se tratarem de modelos mais sofisticados que o modelo com viscosidade turbulenta constante, o modelo algébrico do tipo Elder apresenta uma limitação importante que é o fato de considerar que a fonte geradora da turbulência é local, ou seja, as flutuações que ocorrem em certo ponto são geradas nesse mesmo local.

$$v_{tt} = \alpha_t v_* h \quad (4-2)$$

$$v_{tl} = \alpha_l v_* h \quad (4-3)$$

Onde:

- $v_{tt}$ : Viscosidade turbulenta no sentido transversal ao fluxo [ $L^2T^{-1}$ ];
- $v_{tl}$ : Viscosidade turbulenta no sentido longitudinal ao fluxo [ $L^2T^{-1}$ ];
- $\alpha_t$ : Coeficiente de dispersão transversal [-];
- $\alpha_l$ : Coeficiente de dispersão longitudinal [-];
- $v_*$ : Velocidade de corte [ $LT^{-1}$ ].

Conforme pode-se observar nas equações (4-2) e (4-3), o modelo Elder foi desenvolvido de maneira a considerar separadamente a turbulência no sentido longitudinal e transversal do fluxo. O Telemac 2D permite ao operador escolher os parâmetros adimensionais a serem utilizados em cada um dos sentidos. Por outro lado, conforme já mencionado, as soluções das equações de Saint-Venant e da continuidade ocorrem através da discretização do campo vetorial nos três eixos cartesianos. Assim, verifica-se que se torna necessária a correção dos valores dos parâmetros adimensionais de turbulência de maneira a considerar a direção do fluxo. Isso se dá através do tensor de viscosidade indicado na equação (4-4), que resulta nas equações (4-5) a (4-7) (Hervouet, 2007).

$$\bar{\bar{v}}_t = \begin{pmatrix} v_{t_{x,x}} & v_{t_{x,y}} \\ v_{t_{x,y}} & v_{t_{y,y}} \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

$$v_{t_{x,x}} = \alpha_l \cos^2 \theta + \alpha_t \sin^2 \theta \quad (4-5)$$

$$v_{t_{xy}} = (\alpha_l - \alpha_t) \sin \theta \cos \theta \quad (4-6)$$

$$v_{t_{yy}} = \alpha_l \sin^2 \theta + \alpha_t \cos^2 \theta \quad (4-7)$$

Onde:

$\theta$ : Ângulo entre o vetor velocidade e o eixo x;

$\bar{v}_t$ : Tensor da viscosidade turbulenta.

Para esta pesquisa foram realizadas 7 simulações, cujos valores adotados para os coeficientes encontram-se indicados na Tabela 4.4. Conforme pode-se observar, as simulações realizadas foram divididas em 2 grupos. O primeiro deles (2.1-A a 2.1-D) contém simulações realizadas com variação do coeficiente adimensional  $\alpha_l$  e com o coeficiente  $\alpha_t$  mantido conforme o valor recomendado pela bibliografia. No segundo grupo foi mantido constante o coeficiente  $\alpha_t$  conforme as recomendações da bibliografia e o coeficiente  $\alpha_l$  foi variado. Conforme se pode verificar, as simulações 2.1-C e 2.2-B são iguais e, seus resultados foram apenas duplicados para facilitar as análises dos resultados.

TABELA 4.4 – TESTE 2 – SIMULAÇÕES REALIZADAS

Teste	Simulação	Valor da viscosidade turbulenta utilizada
2.1	2.1 – A	$\alpha_l = 1,0 ; \alpha_t = 0,6$
	2.1 – B	$\alpha_l = 2,5 ; \alpha_t = 0,6$
	2.1 – C	$\alpha_l = 6,0 ; \alpha_t = 0,6$
	2.1 – D	$\alpha_l = 8,5 ; \alpha_t = 0,6$
2.2	2.2 – A	$\alpha_l = 6,0 ; \alpha_t = 0,2$
	2.2 – B	$\alpha_l = 6,0 ; \alpha_t = 0,6$
	2.2 – C	$\alpha_l = 6,0 ; \alpha_t = 1,0$
	2.2 – D	$\alpha_l = 6,0 ; \alpha_t = 2,0$

#### 4.2.1 Teste 2.1 – Verificação do coeficiente longitudinal

##### Avaliação qualitativa

A Figura 4.10 mostra o campo de velocidades para as simulações contidas no Teste 2.1. Uma primeira análise permite concluir que, em todas as simulações, observaram-se regiões de circulação decorrentes da separação existente a jusante das curvas. Essas circulações, indicadas com maior detalhe na Figura 4.11, foram muito semelhantes, tanto em suas dimensões quanto em sua localização ao longo do canal àquelas observadas no canal experimental (ver Figura 3.9), mostrando que, de maneira semelhante ao observado por CHC (2009), para este estudo o modelo do tipo Elder se mostrou eficiente na reprodução de escoamentos em circulação.

Apesar de se mostrar eficiente para reproduzir zonas de circulação, o modelo não foi capaz de reproduzir de maneira adequada a concentração de fluxo que ocorre junto à margem direita do canal. Isso fica evidente ao se confirmar que, ao contrário do verificado no canal experimental, em nenhuma das simulações realizadas no Teste 2.1 obtiveram-se velocidades do escoamento superiores a 0,4 m/s junto à margem direita do canal, na região logo a jusante da curva 1.

Chama a atenção também o fato de que, apesar da grande variação imposta no coeficiente de dispersão longitudinal nos ensaios, não se observou variação significativa do padrão de escoamento. Isso significa que, ao contrário do observado para o modelo de viscosidade turbulenta constante, a variação deste coeficiente não ocasionou mudança significativa nos resultados obtidos, sejam eles em termos de concentrações de fluxo ou mesmo de padrões de circulações. Uma possível explicação para este comportamento é o fato de que as separações e circulações são mais influenciadas pelo coeficiente de dispersão transversal e não pelo longitudinal.

A exceção à regra descrita anteriormente ocorreu para a Simulação 2.1-A, realizado com  $\alpha_l = 1,0$ . Nesta simulação observou-se que o fluxo foi instável, apresentado uma variação frequente em suas características ao longo do tempo. Isso pode ser decorrente da utilização de um coeficiente de dispersão que conduz a características turbulentas que estejam no limite de não representar minimamente a realidade física do escoamento.

FIGURA 4.10 – TESTE 2.1 – MODELO ELDER – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO

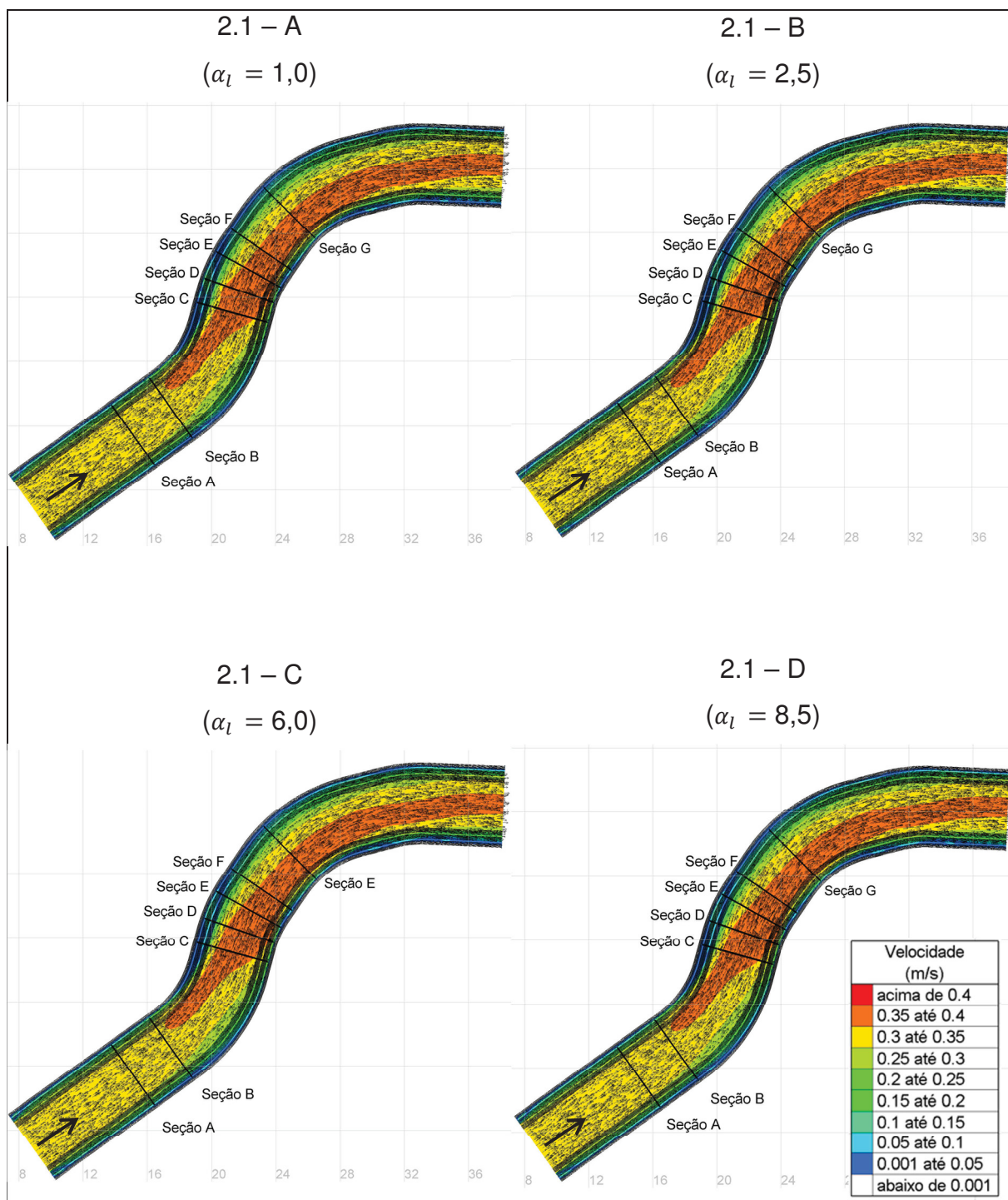
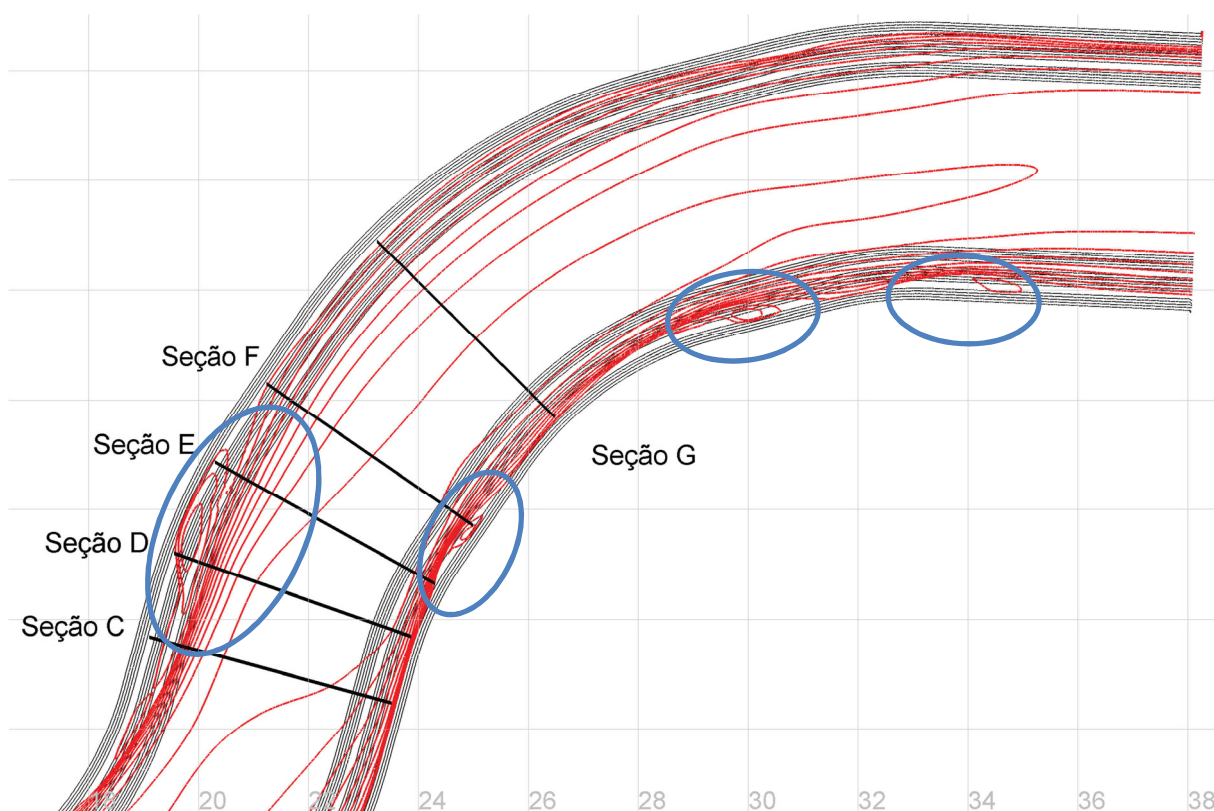




FIGURA 4.11 – SIMULAÇÃO 2.1-C – MODELO ELDER – ISOLINHAS DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS



#### Avaliação quantitativa

A Tabela 4.5 e a Figura 4.12 apresentam os níveis de água obtidos nas simulações numéricas comparados com aqueles registrados por Yamakawa (2015). Observa-se novamente que os níveis de água ao longo do canal não apresentaram uma variação significativa com a alteração do coeficiente de dispersão longitudinal, sendo, em geral, em torno de 1,5 mm mais baixos que os observados experimentalmente. Entretanto, percebe-se que uma leve tendência de aumento dos níveis de água com o aumento do coeficiente de dispersão longitudinal, o que é compatível com a equação de Boussinesq (equação 2-37, página 38).

A simulação que conduziu a níveis de água mais próximos dos obtidos por Yamakawa (2015) foi a simulação com  $\alpha_l = 8,5$  (Simulação 2.1-D), muito embora se observe que os níveis não sofreram alteração significativa entre as diversas simulações.

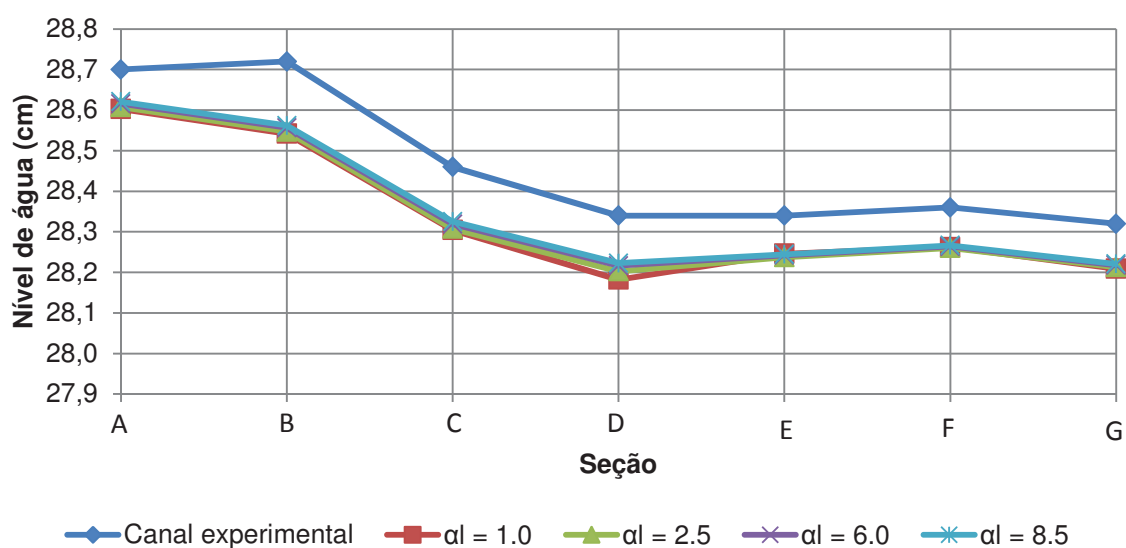
TABELA 4.5 – TESTE 2.1 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL

Seção	Canal experimental	Níveis de água (cm)			
		2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$
A	28,70	28,60	28,61	28,62	28,62
B	28,72	28,54	28,55	28,56	28,56
C	28,46	28,30	28,31	28,32	28,33
D	28,34	28,18	28,20	28,22	28,22
E	28,34	28,25	28,24	28,24	28,24
F	28,36	28,26	28,26	28,26	28,27
G	28,32	28,21	28,21	28,22	28,22

Seção	Diferença em relação aos dados experimentais (cm)			
	2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$
A	-0,10	-0,09	-0,08	-0,08
B	-0,18	-0,17	-0,16	-0,16
C	-0,16	-0,15	-0,14	-0,13
D	-0,16	-0,14	-0,12	-0,12
E	-0,09	-0,10	-0,10	-0,10
F	-0,10	-0,10	-0,10	-0,09
G	-0,11	-0,11	-0,10	-0,10

FIGURA 4.12 – TESTE 2.1 – MODELO ELDER – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL



A Tabela 4.6 apresenta um resumo das avaliações quantitativas referentes à comparação do campo de velocidades das simulações com os valores experimentais obtidos por Yamakawa (2015). Conforme pode ser observado, a Simulação 2.1-D, realizado com o valor de  $\alpha_l$  equivalente a 8,5 foi o que resultou em valores mais aderentes quando se adota o parâmetro EPAM como base de comparação. Percebe-se, entretanto, que as diferenças entre os parâmetros estatísticos obtidos

nas quatro simulações foram muito pequenas, confirmando que o desempenho do modelo de turbulência foi muito semelhante para todos os casos. Para o parâmetro EPM, a simulação que apresentou o melhor desempenho foi a realizadas com o valor de  $\alpha_l$  de 1,0. Essa simulação resulta em um valor menor de viscosidade turbulenta, o que tende a intensificar as circulações. Esse resultado pode ser interpretado com o auxílio da Figura 4.13, onde se percebe uma clara tendência de velocidades mais baixas junto à margem esquerda do canal quando comparadas com as observadas por Yamakawa (2015).

TABELA 4.6 – MODELO TIPO ELDER – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS OBSERVADOS EM FUNÇÃO DE  $\alpha_l$

Posição	EPM				EPAM			
	2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$	2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$
Seção A	10,99	10,99	10,97	10,94	12,09	12,08	12,04	11,98
Seção B	5,62	5,60	5,58	5,58	11,20	11,21	11,06	10,91
Seção C	-12,81	-9,11	-8,88	-8,62	27,81	23,38	23,72	23,60
Seção D	-22,16	-20,11	-19,09	-18,16	41,22	38,68	37,21	35,88
Seção E	-3,16	-6,61	-6,81	-7,10	20,17	23,25	23,88	24,41
Seção F	18,46	19,25	19,67	20,02	20,37	21,10	21,51	21,88
Seção G	11,70	12,13	12,29	12,30	11,75	12,24	12,43	12,46
Máximo	18,46	19,25	19,67	20,02	41,22	38,68	37,21	35,88
Média	<b>1,23</b>	1,74	1,96	2,14	20,66	20,28	20,26	<b>20,16</b>
Mínimo	-22,16	-20,11	-19,09	-18,16	11,20	11,21	11,06	10,91
Posição	EMA				COE			
	2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$	2.1-A $\alpha_l = 1,0$	2.1-B $\alpha_l = 2,5$	2.1-C $\alpha_l = 6,0$	2.1-D $\alpha_l = 8,5$
Seção A	0,032	0,032	0,032	0,032	0,48	0,48	0,48	0,48
Seção B	0,029	0,029	0,029	0,028	0,69	0,69	0,70	0,70
Seção C	0,039	0,034	0,034	0,034	0,87	0,89	0,89	0,88
Seção D	0,053	0,051	0,049	0,048	0,90	0,90	0,90	0,91
Seção E	0,029	0,032	0,032	0,032	0,95	0,94	0,94	0,94
Seção F	0,033	0,033	0,033	0,033	0,85	0,86	0,85	0,84
Seção G	0,030	0,030	0,031	0,031	0,86	0,86	0,86	0,86
Máximo	0,053	0,051	0,049	0,048	0,95	0,94	0,94	0,94
Média	0,035	<b>0,034</b>	<b>0,034</b>	<b>0,034</b>	<b>0,80</b>	<b>0,80</b>	<b>0,80</b>	<b>0,80</b>
Mínimo	0,029	0,029	0,029	0,028	0,48	0,48	0,48	0,48

As Figuras 4.13 a 4.16 comparam o campo de velocidades obtido nas simulações numéricas com as observadas no canal experimental. As seguintes observações podem ser feitas a partir da análise das informações existentes nessas figuras:

- Observa-se que, em nenhum dos casos simulados foi possível reproduzir de maneira adequada o escoamento na região da

separação na margem esquerda do canal. Observa-se que nas seções localizadas logo a jusante das da primeira curva (seções C, D e E) as velocidades do escoamento foram subestimadas, indicando que a circulação observada no modelo numérico foi maior que a observada.

- Para as demais seções observa-se que o comportamento do modelo foi adequado, permitindo uma boa reprodução do comportamento do escoamento. De certa maneira, esse comportamento adequado para as seções que não estão localizadas diretamente na área de circulação é compatível com a formulação do modelo, feita por Elder (1959). Conforme discutido, as análises e observações que permitiram a elaboração deste modelo foram conduzidas em um canal retilíneo e uniforme. Por esse motivo, é esperado que para geometrias mais regulares, como são aquelas fora da região de influencia direta das circulações, o modelo do tipo Elder apresente um melhor desempenho;
- Em todas as simulações observa-se a existência de um ponto com velocidade até 2 vezes maior que a experimental junto à margem direita, na região da seção F. Essa diferença pode ser explicada pelo fato de que nessa região se observa a existência de uma circulação com pequenas dimensões (diâmetro de aproximadamente 0,3 m. Nesses casos, uma pequena diferença na posição da circulação pode representar um grande diferença em termos de módulo e sentido do vetor velocidade;
- Observa-se que, apesar de chamar atenção o fato de as simulações realizadas não possibilitarem a reprodução das maiores velocidades decorrentes da concentração do fluxo junto à margem direita na região das seções F e E, a análise das distorções verificadas indica que o modelo foi eficiente em reproduzir o comportamento geral do fluxo nessa região.

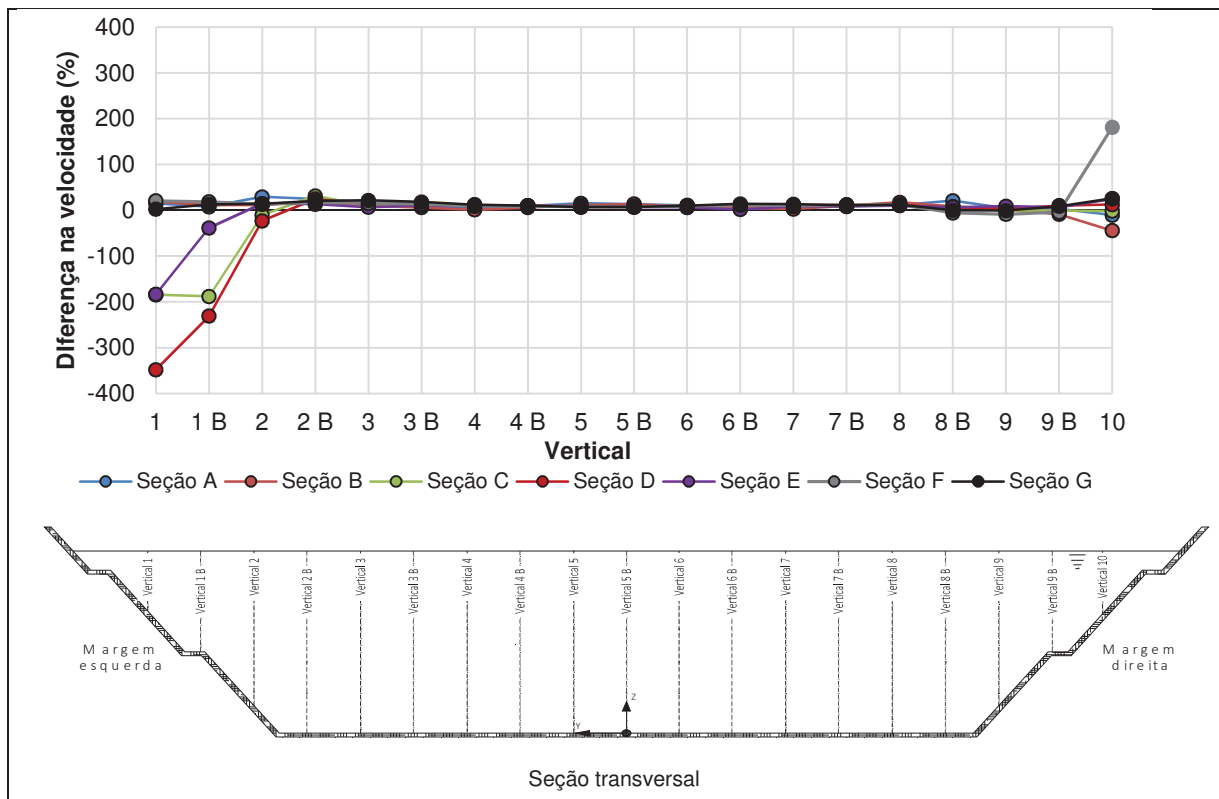
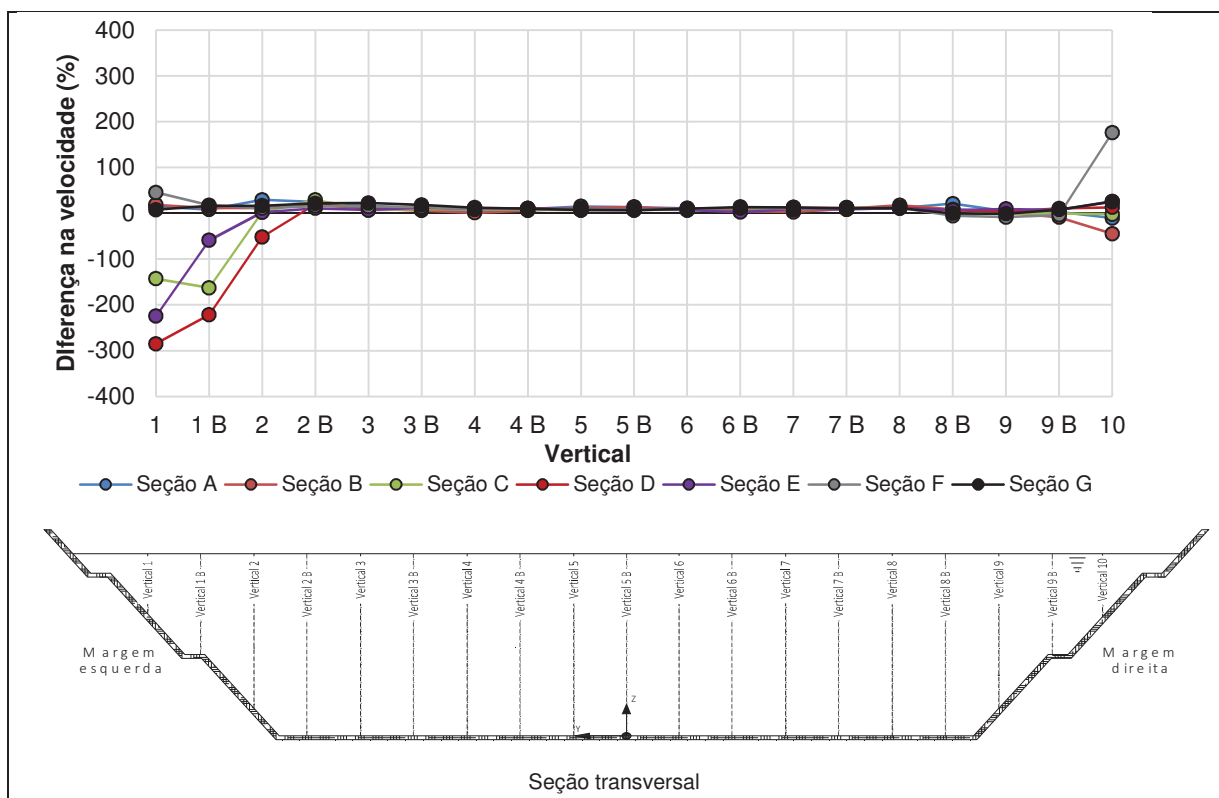
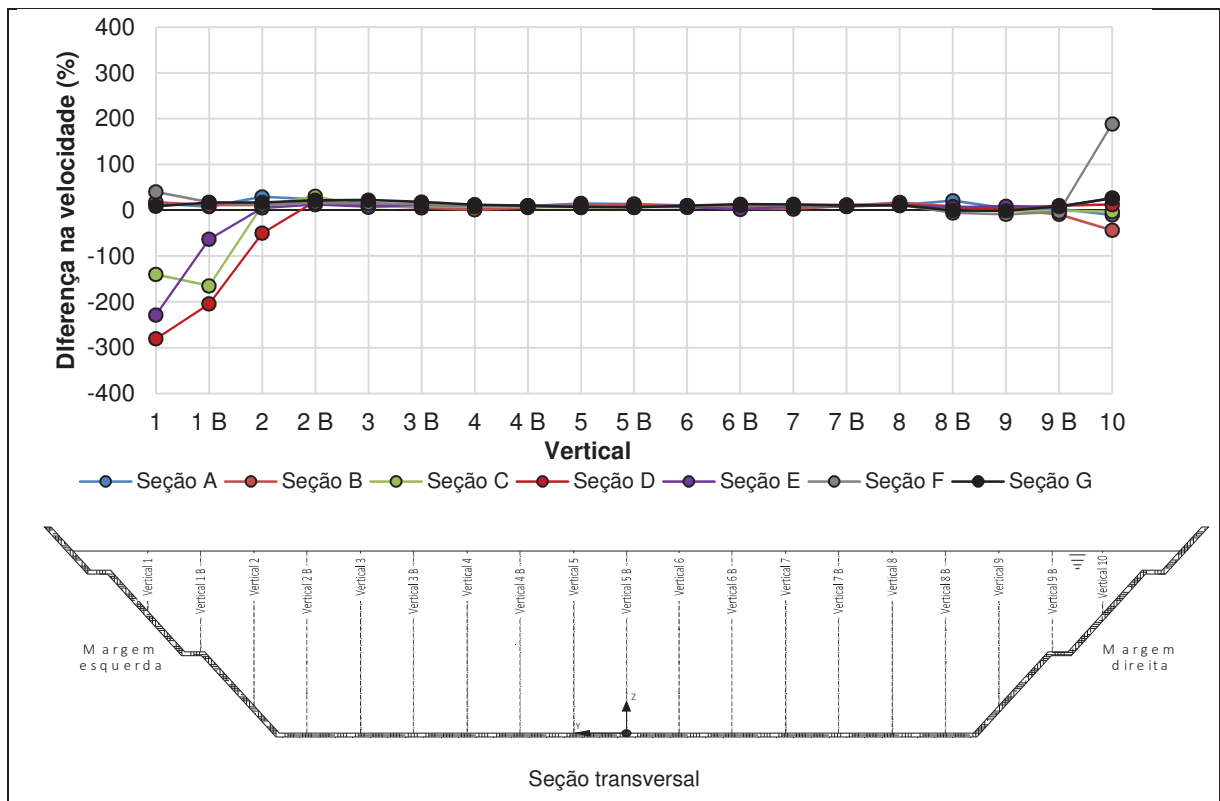
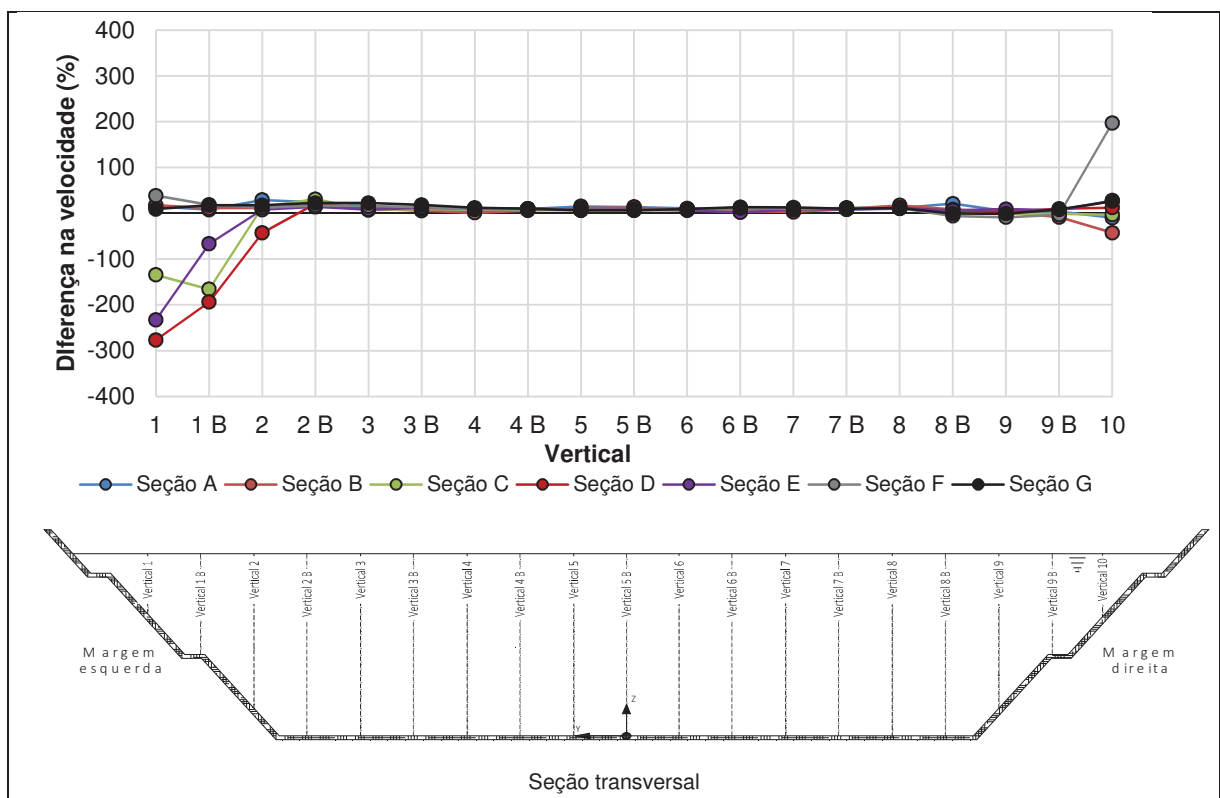
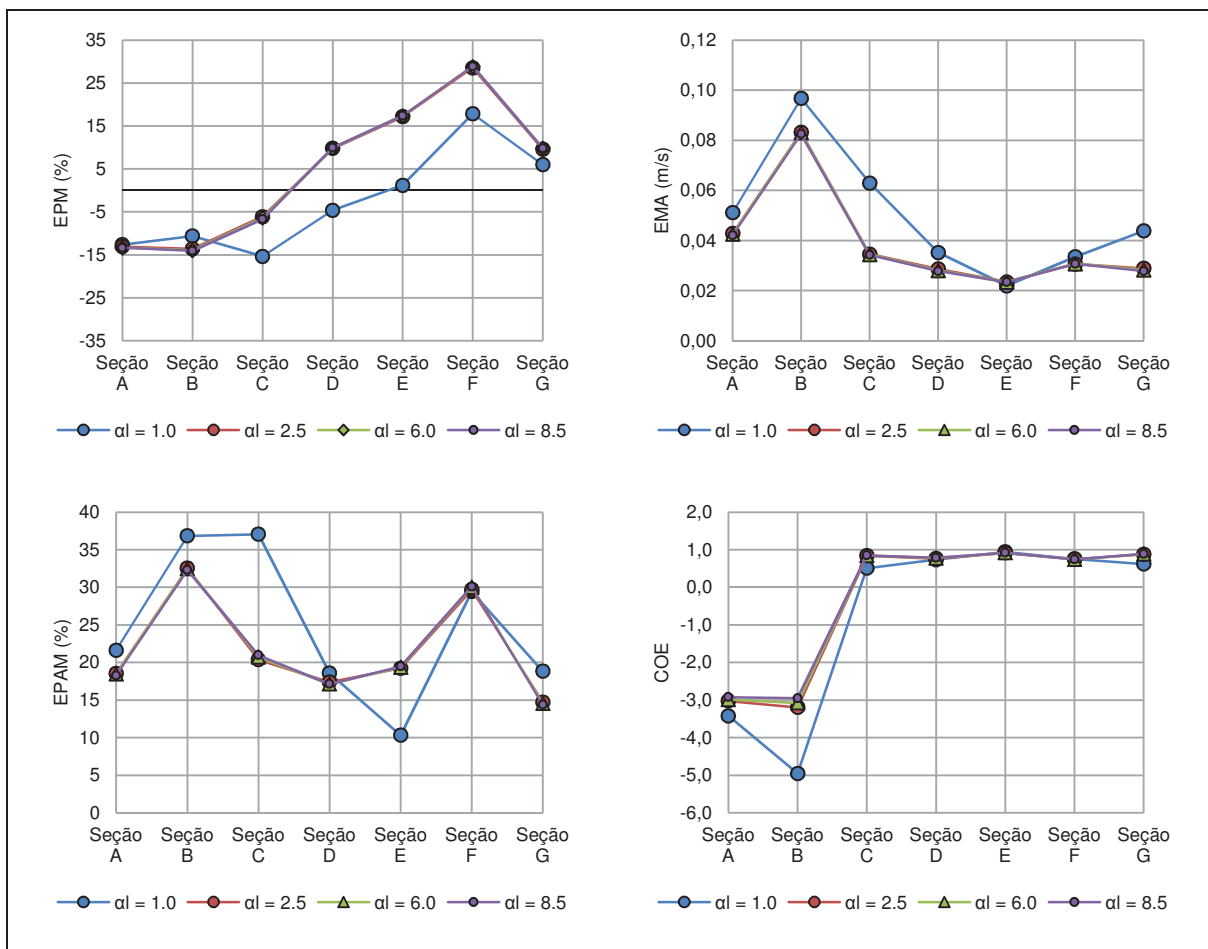
FIGURA 4.13 – SIMULAÇÃO 2.1-A:  $\alpha_l = 1,0$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXOFIGURA 4.14 – SIMULAÇÃO 2.1-B:  $\alpha_l = 2,5$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

FIGURA 4.15 – SIMULAÇÃO 2.1-C:  $\alpha_l = 6,0$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXOFIGURA 4.16 – SIMULAÇÃO 2.1-D:  $\alpha_l = 8,5$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

- A Figura 4.17 resume as avaliações estatísticas feitas a respeito dos resultados das simulações numéricas. Nela pode-se novamente observar que, para o caso estudado, a alteração do parâmetro de dispersão longitudinal não ocasionou diferenças significativas no comportamento do fluxo ao longo do canal. A exceção se deu na simulação 2.1-A, realizado com o  $\alpha_l = 1,0$ . Isso reflete, de certa maneira, a instabilidade das circulações observada nesta simulação.

FIGURA 4.17 – TESTE 2.1 – MODELO ELDER – AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO



#### 4.2.2 Teste 2.2 – Verificação do coeficiente transversal

##### Avaliação qualitativa

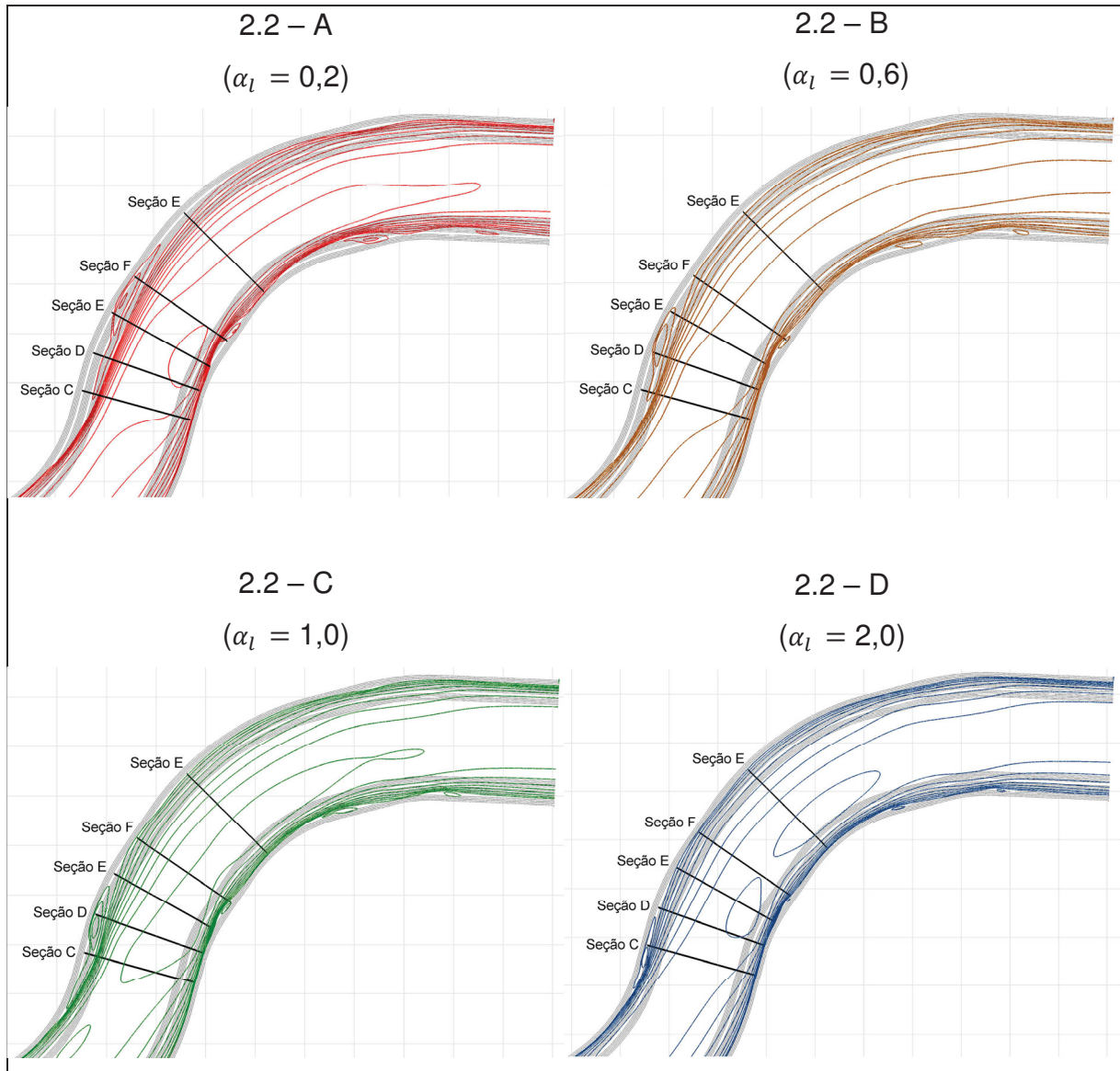
Conforme pode-se observar na Figura 4.18 a alteração do coeficiente de dispersão transversal mostrou-se mais eficiente na alteração do comportamento geral do fluxo do que a alteração do coeficiente longitudinal. Fica evidente que a diminuição do coeficiente de dispersão transversal aumenta de maneira significativa as regiões onde ocorrem separações, intensificando as circulações que ocorrem nesses locais. Ao observar o campo de velocidades obtido na Simulação 2.2-A, realizado com o coeficiente  $\alpha_t = 0,2$ , constata-se que a circulação junto à margem esquerda do canal, na região das curvas se estendeu até a região localizada entre as seções F e G. Com o aumento do coeficiente de dispersão se observou que as circulações apresentam uma clara tendência de diminuição em suas dimensões ao ponto de se reduzirem a uma área muito pequena para o ensaio realizado com o coeficiente  $\alpha_t = 2,0$ . Comparando-se o resultado da Simulação 2.2-D com o apresentado por Yamakawa (2015) (ver Figura 3.7), verifica-se que as regiões onde ocorrem as correntes de retorno são maiores no canal experimental, o que indica que o coeficiente de dispersão utilizado neste ensaio pode estar muito alto.

Além de aumentar a área de abrangência das circulações, a adoção de coeficientes de dispersão com valores menores tendem a transladar as regiões de circulações mais para jusante do escoamento. Isso fica evidente ao se observar os núcleos de circulações que ocorreram junto à margem direita do canal. Para o ensaio 2.2-A ocorrem duas regiões de circulação a jusante da curva 2, sendo uma delas muito próxima do contorno de jusante do modelo. Essas circulações também ocorrem nos demais ensaios sendo, entretanto, de menores dimensões e ocorrendo mais a montante quanto maior é o valor do coeficiente de dispersão adotado.

As maiores dimensões observadas nas circulações para os ensaios com menores valores de coeficiente de dispersão afetam a intensidade do escoamento na região das curvas, conforme indicado na Figura 4.19. Isso pode ser comprovado pelo fato de a concentração de fluxo junto à margem direita ser mais intensa quanto menor o coeficiente utilizado para o modelo de turbulência, provavelmente decorrente da menor área efetiva de escoamento disponível para o escoamento.



FIGURA 4.18 – TESTE 2.2 – MODELO ELDER – ISOLINHAS DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO NA REGIÃO DAS CURVAS





### Avaliação quantitativa

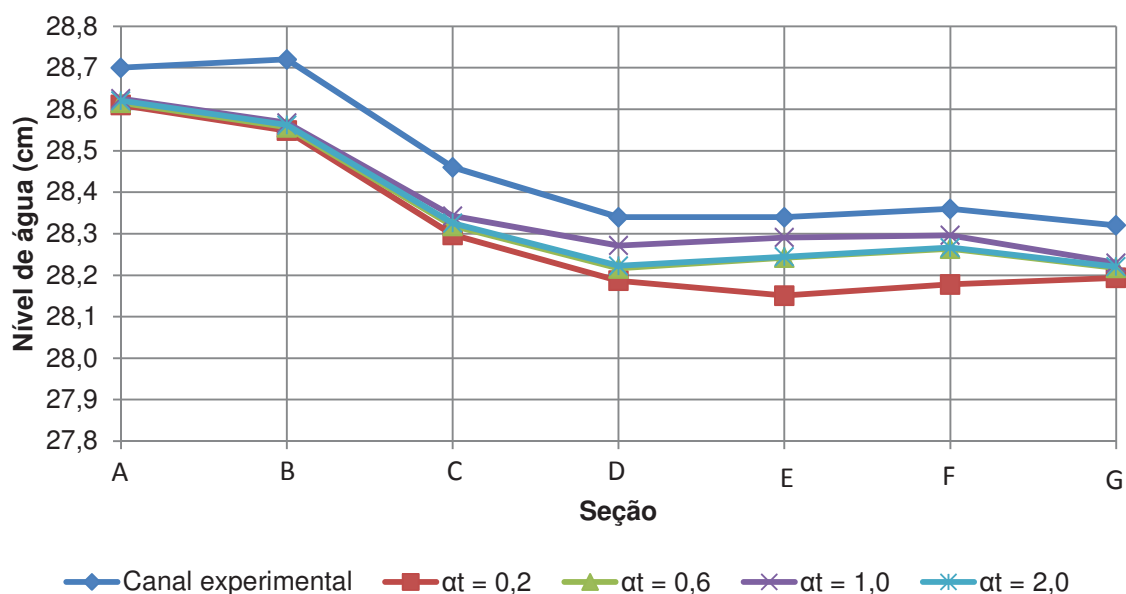
A Tabela 4.7 e a Figura 4.20 mostram os níveis de água obtidos ao longo do canal para as simulações realizadas no Teste 2.2, comparadas com as observadas no canal experimental por Yamakawa (2015). Observa-se que todas as simulações apresentaram comportamento muito semelhante em se tratando de níveis de água, sendo a maior diferença da ordem de 0,12 cm, observada na região da seção F entre as simulações 2.2-A e 2.2-C. De maneira geral, os níveis de água obtidos nas simulações foram pouco inferiores aos obtidos experimentalmente, sendo o ensaio 2.2-C aquele que se mostrou mais aderente.

Conforme pode ser observado, a simulação realizada com o coeficiente  $\alpha_t = 0,2$  foi a que apresentou as maiores diferenças, sendo os níveis na região das curvas mais baixos que as demais simulações. Isso se deve, provavelmente, ao fato de que, devido às maiores áreas não efetivas de escoamento decorrentes das circulações, as velocidades ao longo da região das curvas foram maiores para esta simulação que as observadas nos demais. As maiores velocidades podem ter ocasionada uma diminuição do nível de água em decorrência do aumento da energia cinética do escoamento.

TABELA 4.7 – TESTE 2.2 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL

Seção	Canal experimental	Níveis de água (cm)			
		2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$
A	28,70	28,61	28,62	28,63	28,62
B	28,72	28,55	28,56	28,57	28,56
C	28,46	28,30	28,32	28,34	28,33
D	28,34	28,19	28,22	28,27	28,22
E	28,34	28,15	28,24	28,29	28,24
F	28,36	28,18	28,26	28,30	28,27
G	28,32	28,19	28,22	28,23	28,22
Seção	Diferença em relação aos dados experimentais (cm)				
	2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$	
A	-0,09	-0,08	-0,07	-0,08	
B	-0,17	-0,16	-0,15	-0,16	
C	-0,16	-0,14	-0,12	-0,13	
D	-0,15	-0,12	-0,07	-0,12	
E	-0,19	-0,10	-0,05	-0,10	
F	-0,18	-0,10	-0,06	-0,09	
G	-0,13	-0,10	-0,09	-0,10	

FIGURA 4.20 – TESTE 2.2 – MODELO ELDER – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL



Conforme pode-se observar na Tabela 4.8 e na Figura 4.21, as Simulações 2.2-B e 2.2-C foram os que apresentaram o melhor desempenho do ponto de vista dos testes estatísticos aplicados para caracterizar a diferença entre o campo de velocidades observado e o simulado. A respeito dos resultados obtidos podem-se fazer as seguintes observações:

- A simulação com o coeficiente  $\alpha_t = 0,2$  mostrou-se inadequado para reproduzir o escoamento na região das separações. Observa-se que a utilização desse coeficiente de dispersão fez com que o escoamento simulado apresentasse correntes de retorno junto à margem esquerda muito mais intensas que as observadas. Por outro lado, o escoamento no trecho retilíneo, localizado a montante das curvas, se mostrou muito semelhante ao verificado por Yamakawa (2015), o que indica que em zonas não afetadas pelas circulações o modelo tem desempenho satisfatório;
- A análise dos resultados a partir dos parâmetros EPM (Erro Porcentual Médio) e COE (Coeficiente de Eficiência de Nash-Sutcliffe), apresentados na Tabela 4.8, indica que o melhor parâmetro para a reprodução do escoamento ao longo do canal é o  $\alpha_t = 0,6$ , conforme

sugerido por Moulin<sup>13</sup>, citado por Wilson, et al (2002). Entretanto, observa-se que a utilização desse coeficiente de dispersão provocou uma zona de separação com velocidades de retorno mais intensas que as observadas experimentalmente, principalmente na região junto à margem esquerda nas seções C, D e E, o que ficou indicado pelos valores negativos observados nas verticais 1, 1B e 2 (ver Figura 4.23);

- A Figura 4.24 apresenta as diferenças entre as medições de velocidades feitas por Yamakawa (2015) e a simulação feita com o modelo de turbulência tipo Elder, com o coeficiente de dispersão transversal de 1,0. Como era de se esperar, o coeficiente de dispersão transversal maior provoca uma diminuição das correntes de retorno ao longo da margem esquerda do canal. Isso pode ser constatado ao se verificar que as diferenças foram menos negativas nessas regiões, em especial junto à margem esquerda na região das seções C e D. Isso significa que as circulações nessa região tiveram intensidades mais próximas do observado experimentalmente. Observa-se, entretanto, que o aumento do valor do coeficiente de dispersão causa também um aumento nas diferenças do campo de velocidade junto à margem esquerda nas seções E, F e G;
- Os resultados apresentados na Figura 4.25 mostram que o valor do coeficiente de dispersão transversal de 2,0 não é adequado para a reprodução do campo de velocidades na região das circulações. A adoção desse coeficiente induziu uma viscosidade turbulenta maior que a observada experimentalmente, o que causou uma sensível diminuição das circulações em ambas as margens do canal. Essa constatação confirma o que foi observado de maneira qualitativa, quando se observou que para esta simulação, as zonas de circulação foram menores que as observadas por Yamakawa (2015);
- A dificuldade encontrada em minimizar as diferenças entre o campo de velocidades simulado e o observado através da alteração dos

---

<sup>13</sup> Moulin, C., **Anisotropie de la Dispersion pour le Transport Bidimensionnel dans le Systeme TELEMAT**, EDF Internal Report, HE-43/95/016/A, Department Laboratoire National d'Hydraulique, EDF Chatou, Paris

coeficientes de dispersão do modelo de turbulência do tipo Elder pode ser decorrente do fato de que esse modelo, apesar de mais sofisticado que o modelo com viscosidade turbulenta constante, ainda tem a deficiência de não considerar que a turbulência gerada em um local não é transferida para outro. Como consequência dessa característica, verifica-se que a alteração do coeficiente pode trazer benefícios para uma região, mas prejudicar os resultados em outro local. Isso pode ser um fator especialmente importante para o caso do canal estudado, dado à complexidade do escoamento que apresenta zonas de circulações em ambas as margens e correntes secundárias. Essas características tridimensionais não podem ser reproduzidas de maneira adequada em um modelo numérico bidimensional, independentemente do esquema de fechamento de turbulência adotado.

TABELA 4.8 – TESTE 2.2 – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS

Posição	EPM (%)				EPAM (%)			
	2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$	2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$
Seção A	10,93	10,97	10,92	11,18	12,57	12,04	11,63	11,40
Seção B	3,72	5,58	6,36	6,99	14,15	11,06	9,48	8,16
Seção C	-8,91	-8,88	-7,83	12,59	24,37	23,72	26,39	16,32
Seção D	-11,97	-19,09	-7,53	15,57	31,65	37,21	28,43	17,59
Seção E	-25,38	-6,81	10,22	26,03	49,29	23,88	10,85	26,44
Seção F	-14,93	19,67	29,16	37,74	35,07	21,51	31,78	41,20
Seção G	4,81	12,29	14,99	18,89	17,37	12,43	15,37	19,76
Máximo	10,93	19,67	29,16	37,74	49,29	37,21	31,78	41,20
Média	-5,96	1,96	8,04	18,43	26,35	20,26	19,13	20,12
Mínimo	-25,38	-19,09	-7,83	6,99	12,57	11,06	9,48	8,16
Posição	EMA (m/s)				COE			
	2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$	2.2-A $\alpha_t = 0,2$	2.2-B $\alpha_t = 0,6$	2.2-C $\alpha_t = 1,0$	2.2-D $\alpha_t = 2,0$
Seção A	0,033	0,032	0,031	0,030	0,46	0,48	0,50	0,47
Seção B	0,035	0,029	0,025	0,022	0,59	0,70	0,74	0,76
Seção C	0,039	0,034	0,035	0,024	0,88	0,89	0,88	0,67
Seção D	0,052	0,049	0,036	0,022	0,87	0,90	0,94	0,78
Seção E	0,061	0,032	0,022	0,027	0,86	0,94	0,93	0,77
Seção F	0,050	0,033	0,039	0,045	0,89	0,85	0,68	0,31
Seção G	0,036	0,031	0,033	0,037	0,88	0,86	0,82	0,72
Máximo	0,061	0,049	0,039	0,045	0,89	0,94	0,94	0,78
Média	0,044	0,034	0,032	0,029	0,78	0,80	0,78	0,64
Mínimo	0,033	0,029	0,022	0,022	0,46	0,48	0,50	0,31



FIGURA 4.21 – TESTE 2.2 – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DOS DESVIOS

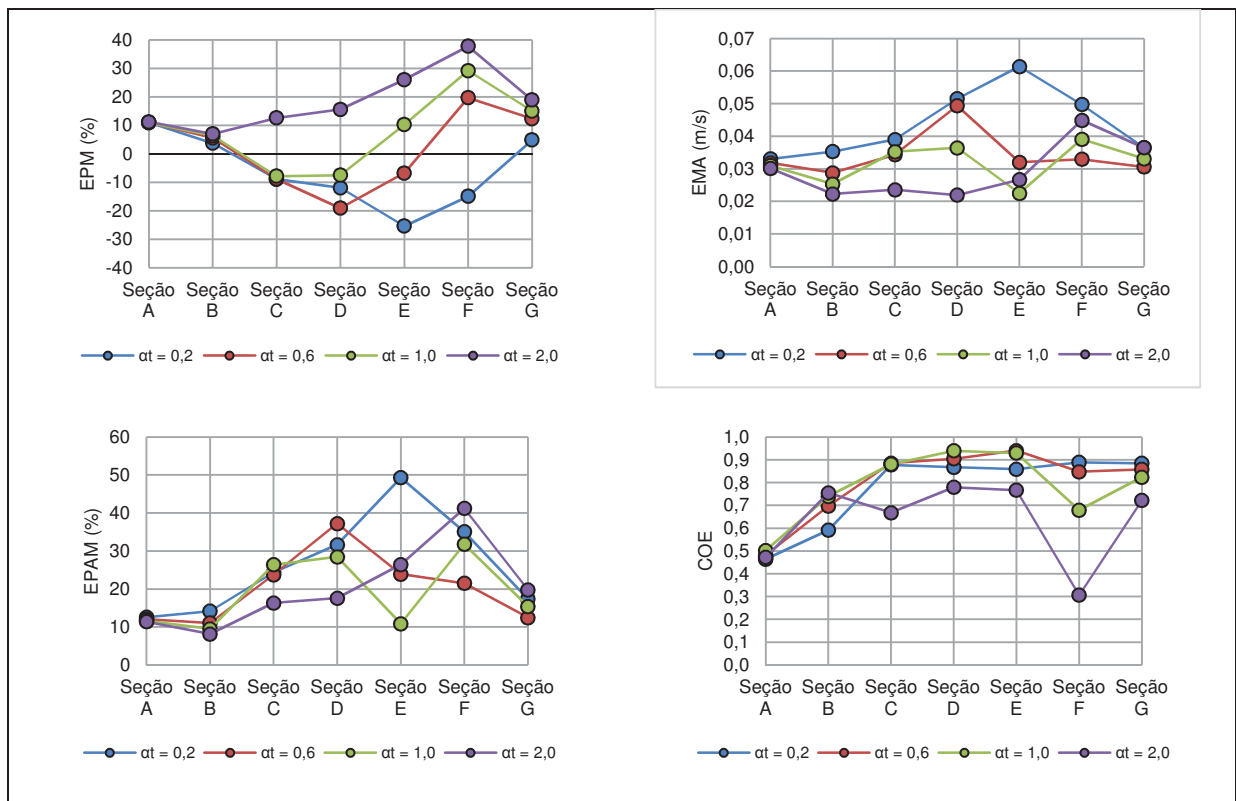
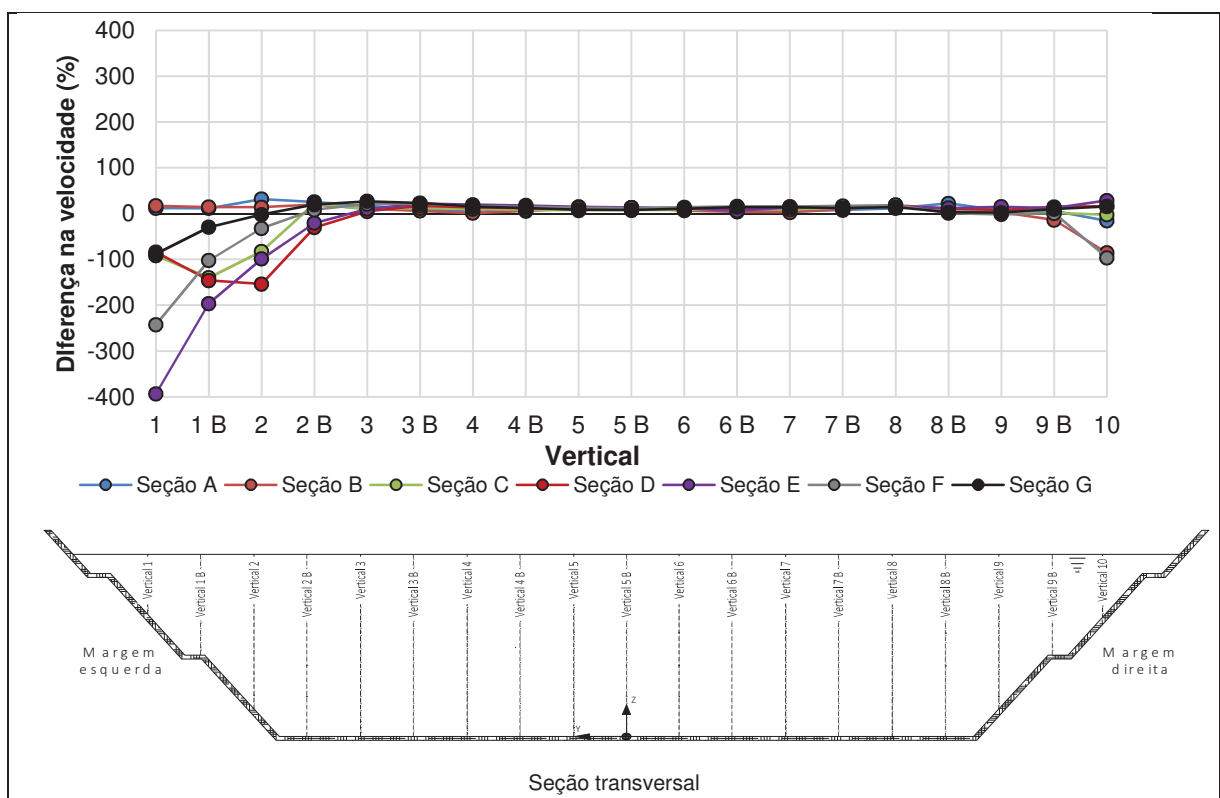
FIGURA 4.22 – SIMULAÇÃO 2.2-A:  $\alpha_t = 0,2$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

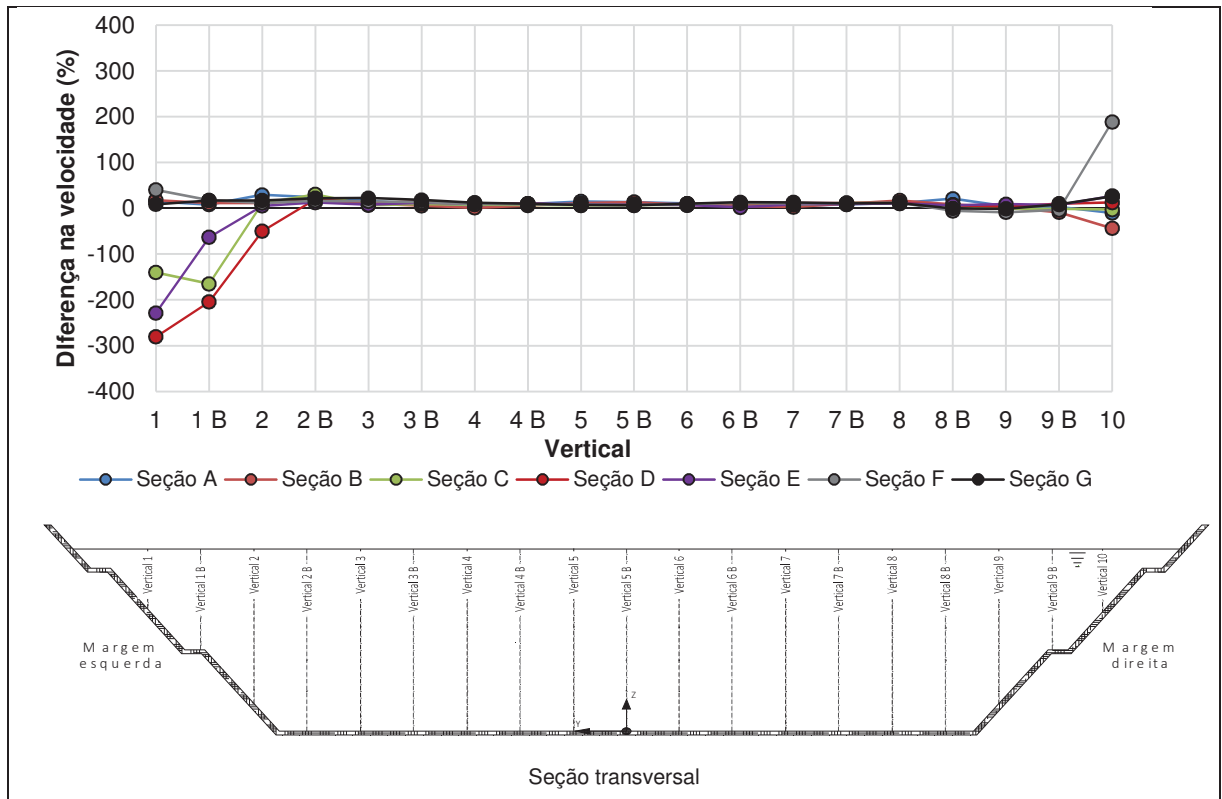
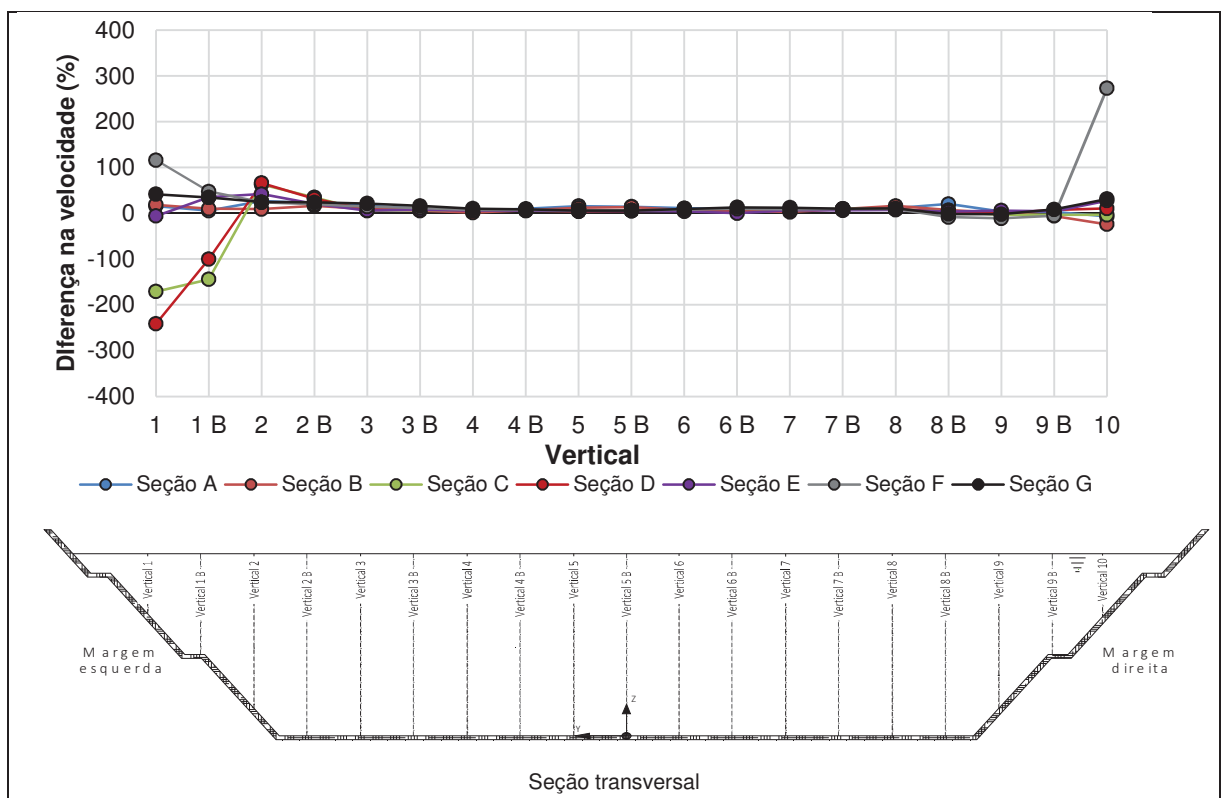
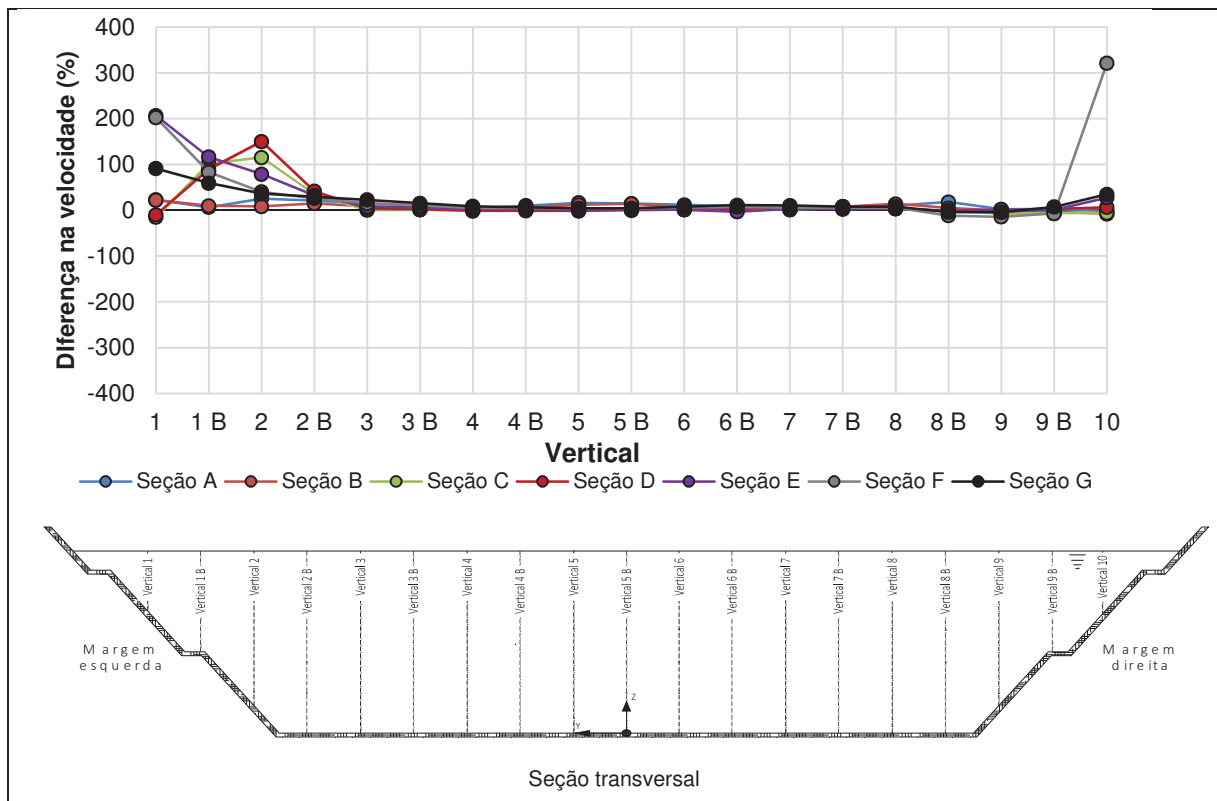
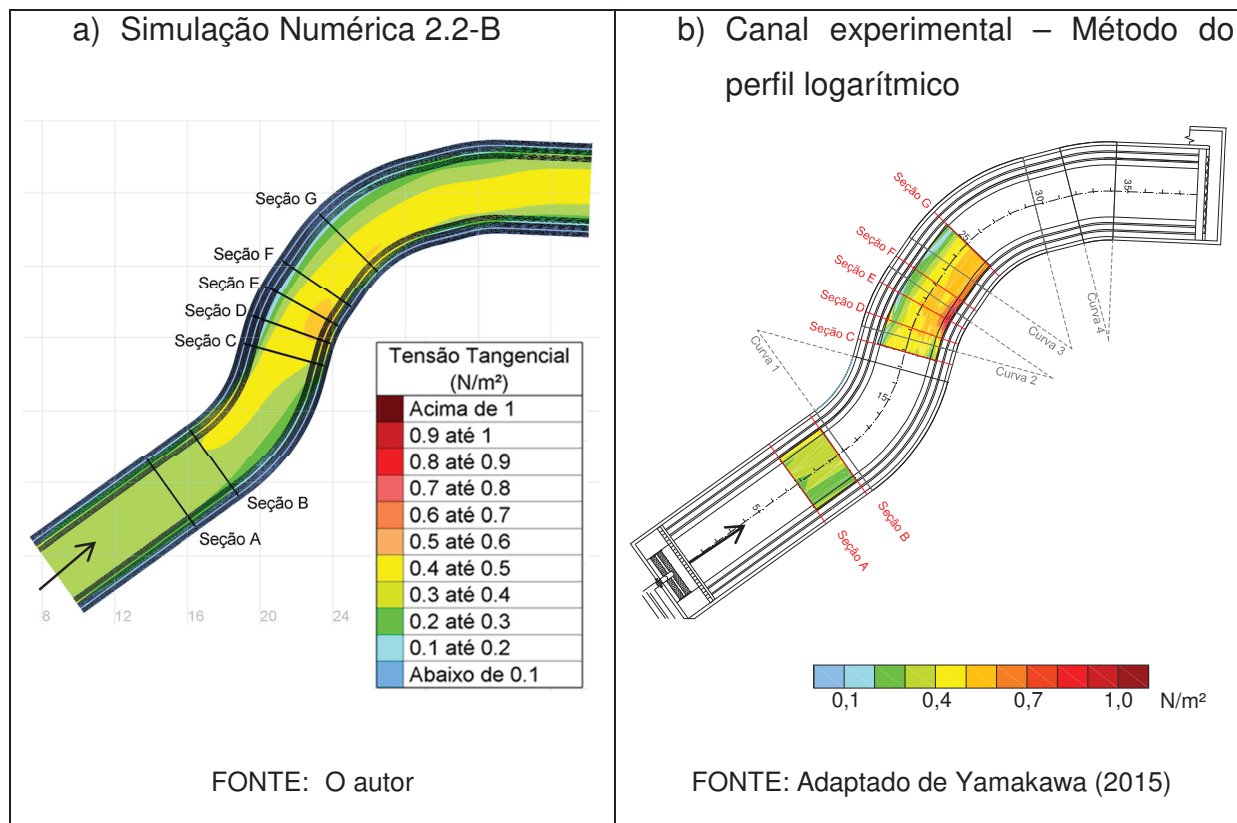
FIGURA 4.23 – SIMULAÇÃO 2.2- B:  $\alpha_t = 0,6$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXOFIGURA 4.24 – SIMULAÇÃO 2.2- C:  $\alpha_t = 1,0$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO



FIGURA 4.25 – SIMULAÇÃO 2.2-D:  $\alpha_t = 2,0$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO FLUXO

A Figura 4.26 apresenta as tensões tangenciais observadas ao longo do canal para a simulação 2.2-B, realizada com o coeficiente de dispersão  $\alpha_t = 0,6$  e  $\alpha_l = 6,0$ , comparadas com as tensões tangenciais obtidas por Yamakawa (2015) pelo método do perfil logarítmico. Nota-se que o padrão da distribuição das tensões ao longo do canal obtida no modelo numérico foi semelhante ao observado no canal experimental, com o aumento do seu valor junto à margem direita na região das curvas. O modelo numérico, entretanto, não foi capaz de reproduzir as intensidades das maiores tensões tangenciais observadas, muito provavelmente pela impossibilidade de reprodução das correntes secundárias que ocorrem nessa região e que intensificam as tensões tangenciais.

FIGURA 4.26 – TESTE 2.2 – COMPARAÇÃO ENTRE A TENSÃO TANGENCIAL OBTIDA NA SIMULAÇÃO 2.2-B COM AS OBTIDAS EM CANAL EXPERIMENTAL



### 4.3 TESTE 3 – MODELO K – E

O modelo  $k - \varepsilon$  consiste no modelo de turbulência mais sofisticado dentre os estudados neste trabalho. Conforme descrito no item 2.4.1.3, este modelo utiliza duas equações diferenciais em sua formulação, sendo uma delas para a reprodução da energia cinética turbulenta  $k$  e a outra a taxa de dissipação da energia  $\varepsilon$ . Como vantagem da utilização de modelos de turbulência com duas equações diferenciais destaca-se o fato de possibilitar a utilização de uma formulação mais geral, na qual não é necessária a introdução de um valor para o comprimento de mistura  $l_m$ . Outra grande vantagem desse modelo em relação aos demais verificados neste trabalho é o fato de, ao se utilizar equações diferenciais, o modelo de turbulência permite o transporte das grandezas relacionadas à produção e dissipação da turbulência ao longo do domínio computacional.

#### Avaliação qualitativa

O campo de velocidades do escoamento obtido a partir da simulação numérica realizada com o modelo de turbulência com duas equações de transporte (modelo  $k - \varepsilon$ ) encontra-se na Figura 4.27. Através de uma primeira avaliação qualitativa pode-se perceber que a existência de duas zonas com ocorrência evidente de circulações causadas por separações nas regiões das curvas. A primeira e maior delas se encontra junto à margem esquerda do canal logo a jusante da curva 1, conforme indicado na Figura 4.27 através da marcação denominada “Região 1”. A segunda zona com a ocorrência de uma circulação é menor em termos extensão que a primeira e está indicada na figura como “Região 2”. Essas mesmas regiões de circulação podem ser observadas de maneira mais clara a partir das isolinhas de velocidade indicadas na Figura 4.28.

Ao comparar os resultados obtidos com as observações feitas por Yamakawa (2015), indicadas na Figura 3.5 e na Figura 3.6, pode-se perceber uma grande semelhança em termos de padrão de escoamento. Isso fica evidente ao se perceber que a simulação realizada com a utilização do modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  foi capaz de reproduzir de maneira geral as separações e circulações existentes ao longo do canal.

Também percebe-se que o modelo numérico foi capaz de reproduzir a concentração de fluxo, evidenciada pelo aumento da velocidade do escoamento junto à margem direita do canal na região das curvas. As maiores velocidades observadas neste local foram da ordem de 0,4 m/s.

FIGURA 4.27 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – CAMPO DE VELOCIDADES DO ESCOAMENTO

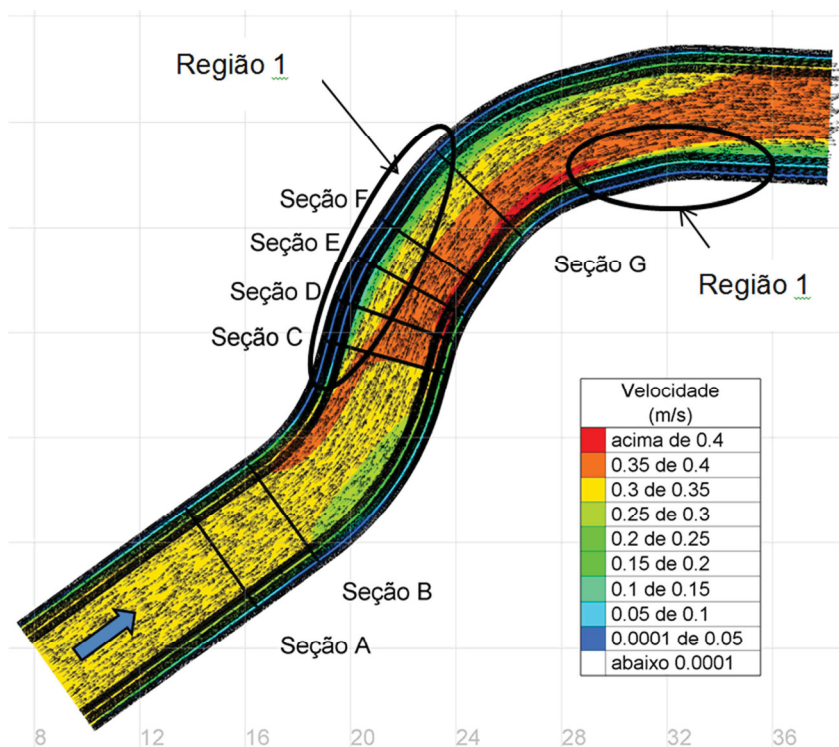
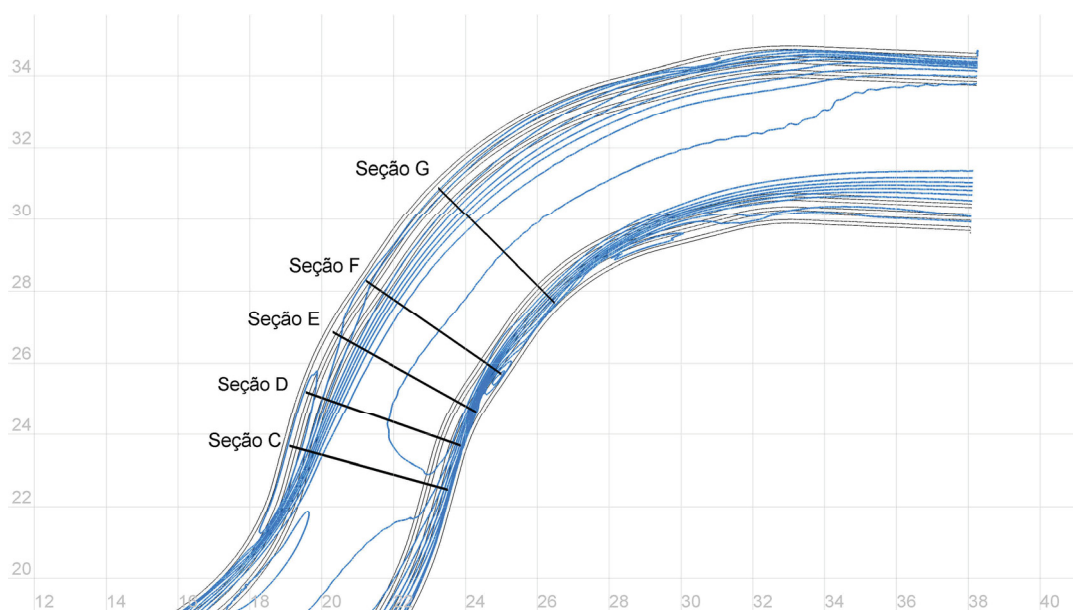


FIGURA 4.28 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – ZONAS DE CIRCULAÇÃO NA REGIÃO DAS CURVAS



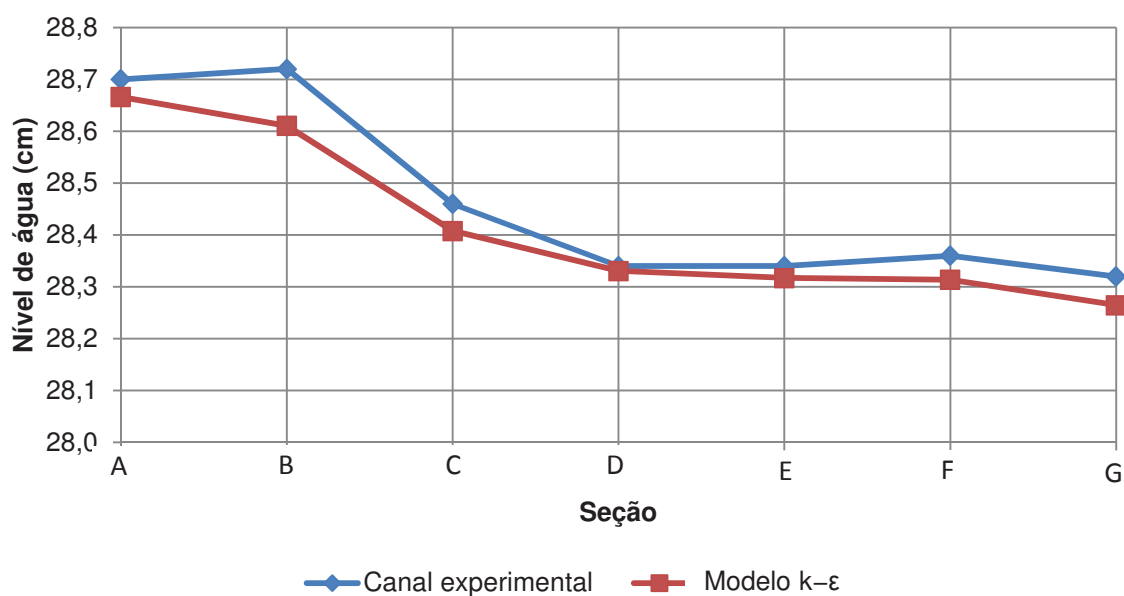
### Avaliação quantitativa

A Tabela 4.9 e a Figura 4.29 e mostram os níveis de água obtidos ao longo do canal para a simulações realizadas no Teste 3, comparadas com as observadas no canal experimental por Yamakawa (2015). De maneira geral, o nível de água obtido na simulação foi pouco inferior aos obtidos experimentalmente, sendo o ponto mais destoante apresentando uma diferença de 0,11 cm.

TABELA 4.9 – TESTE 3 – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL

Seção	Níveis de água (cm)		Diferença entre os níveis de água (cm)
	Canal experimental	Modelo $k - \varepsilon$	
A	28,70	28,67	-0,03
B	28,72	28,61	-0,11
C	28,46	28,41	-0,05
D	28,34	28,33	-0,01
E	28,34	28,32	-0,02
F	28,36	28,31	-0,05
G	28,32	28,26	-0,06

FIGURA 4.29 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – NÍVEIS DE ÁGUA AO LONGO DO CANAL



A Figura 4.30 mostra a diferença (em termos percentuais) das velocidades médias ao longo das 15 verticais indicadas anteriormente na Figura 3.3. Como pode ser observado, apesar de a avaliação qualitativa do campo de velocidades indicar uma boa aderência com as medições feitas por Yamakawa (2015), a diferença percentual entre as velocidades médias junto à margem direita do canal foi de até 130%. A maior diferença ocorreu na região a jusante da curva 1 (seções C e D). Nas demais regiões a diferença na velocidade do escoamento não passou de 50%.

Observa-se, entretanto, que em comparação com os outros modelos de turbulência testados, o modelo  $k - \varepsilon$  não apresentou zonas em que as velocidades do escoamento foram muito diferentes das observadas experimentalmente. Ao contrário do que ocorreu, por exemplo, para as simulações do Teste 2.2, no qual se observa uma melhor aderência dos resultados na região da margem esquerda da curva 1 em detrimento dos resultados obtidos nas demais seções, para o campo de velocidades obtido na simulação com modelo  $k - \varepsilon$  não mostrou a existência de zonas onde se percebe distorções acima de 130%.

Ressalta-se que, muito embora o valor percentual aparente representar uma diferença significativa, em valor absoluto, a velocidade obtida no modelo numérico não apresentou distorções superiores a 0,1 m/s. Entretanto, na regiões de velocidades mais baixas, como aquelas observadas nos taludes e nas circulações, esse valor passa a representar, percentualmente, um valor significativo.

Outro fator importante a ser destacado é que, as simulações bidimensionais não são capazes de reproduzir as correntes secundárias que foram verificadas por Yamakawa (2015) ao longo das curvas. Ressalta-se, entretanto, que apesar dessa limitação, o modelo não apresentou diferenças significativas em termos de velocidades médias ao longo da seção transversal.

A Tabela 4.10 apresenta um resumo das avaliações realizadas de maneira a caracterizar estatisticamente os desvios nos valores de velocidade do escoamento obtidos ao longo do canal. Observa-se que a simulação feita com o modelo  $k - \varepsilon$  apresentou um erro percentual médio (EPM) de 4,47 %, sendo o erro médio absoluto de 3,1 cm/s. O coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe (COE) resultou igual a 0,77 o que possibilita caracterizar o modelo como muito bom.

A Figura 4.31 mostra como foi o comportamento do modelo ao longo das 7 seções transversais escolhidas para caracterizar o escoamento no canal. Chama a atenção o fato do coeficiente de Nash-Sutcliffe para as seções A e B resultarem abaixo de 0,7. Esse comportamento pode ser interpretado como uma distorção numérica, uma vez que, conforme descrito anteriormente, esse coeficiente utiliza a variância das medições como fator normalizador. Isso significa que, para as seções onde o escoamento é mais homogêneo, como o caso das seções A e B, pequenos erros pode levar a obtenção de coeficientes mais desfavoráveis se comparados com seções que apresentam maiores variações de velocidade ao longo da transversal.

FIGURA 4.30 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – DIFERENÇAS NA VELOCIDADE DO ESCOAMENTO

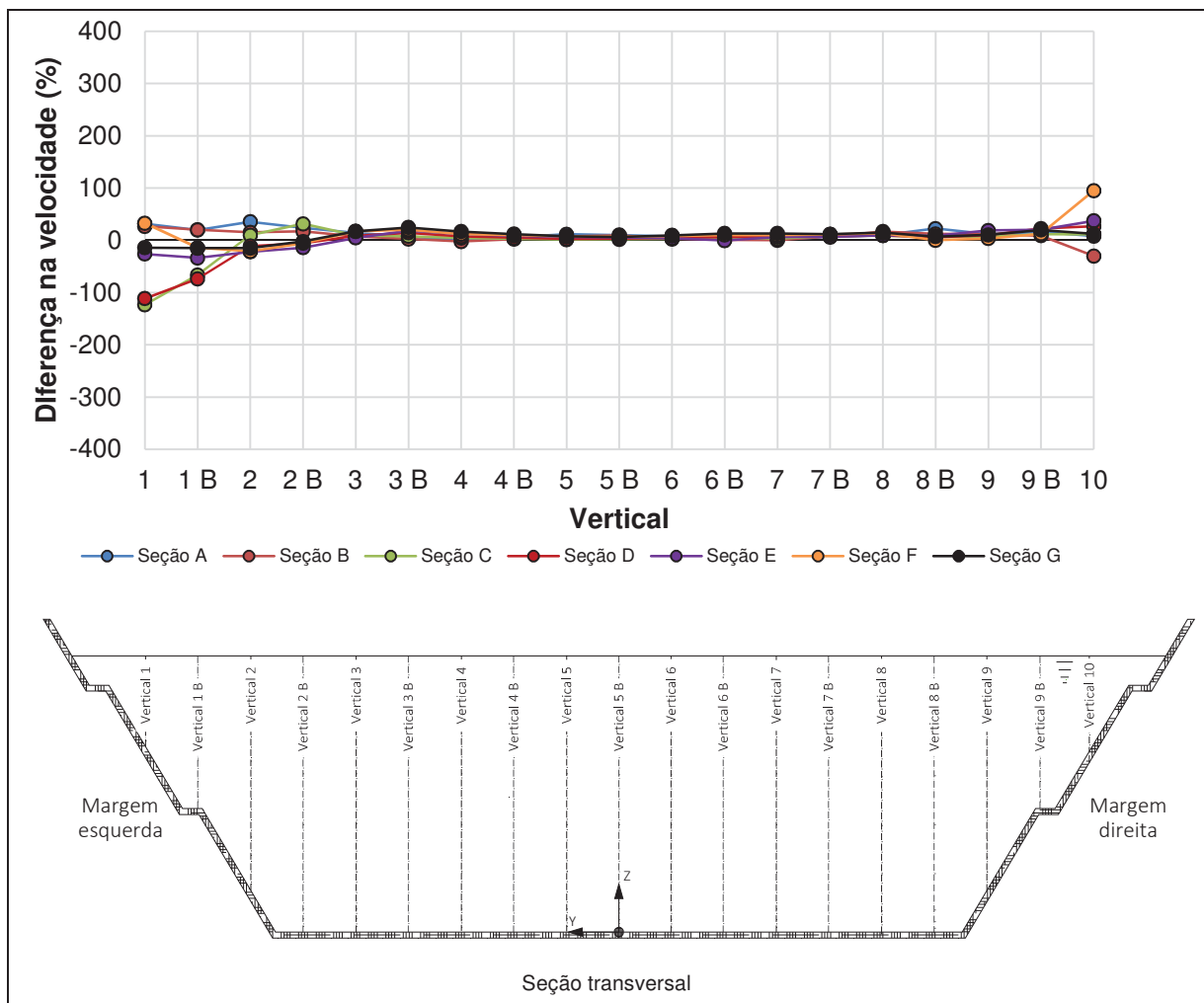
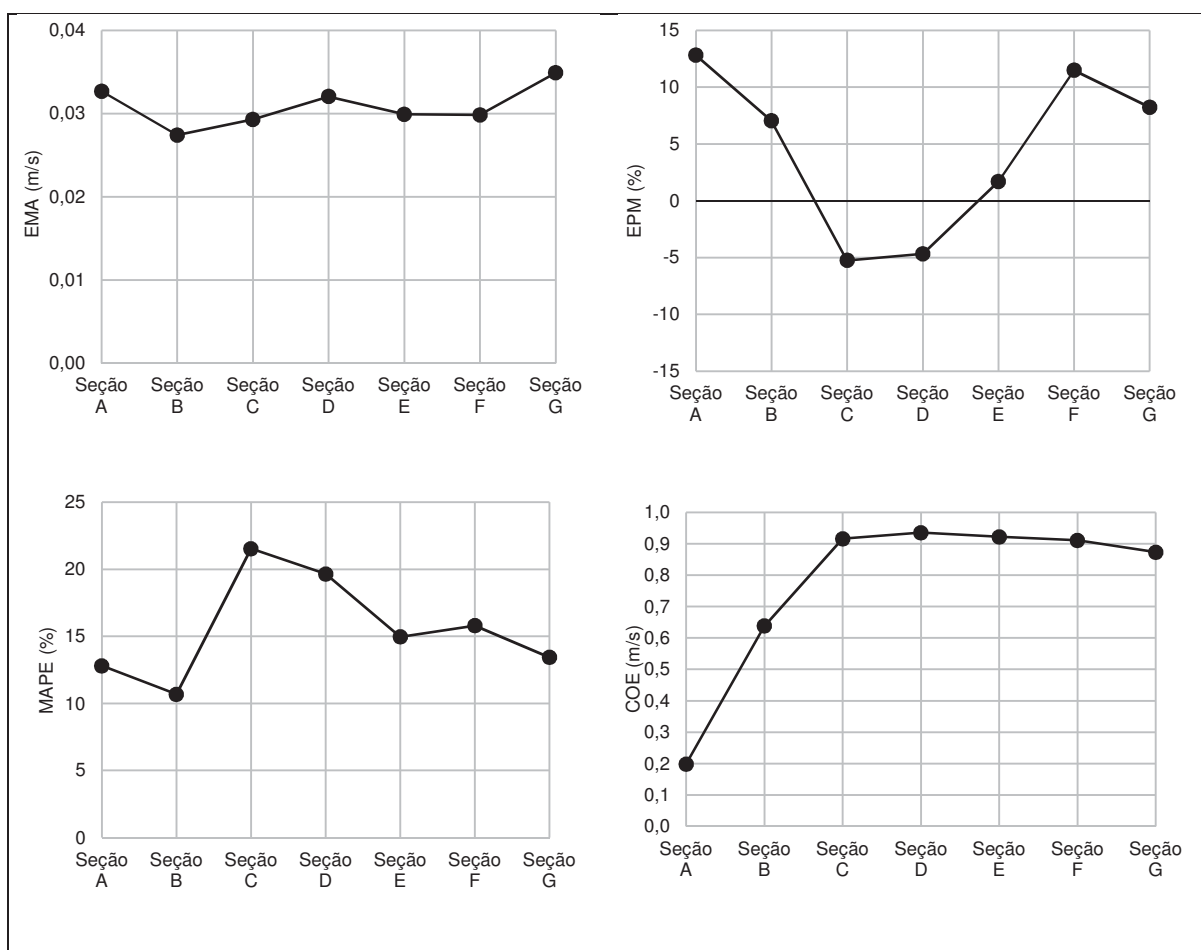


TABELA 4.10 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICAS DOS DESVIOS OBSERVADOS

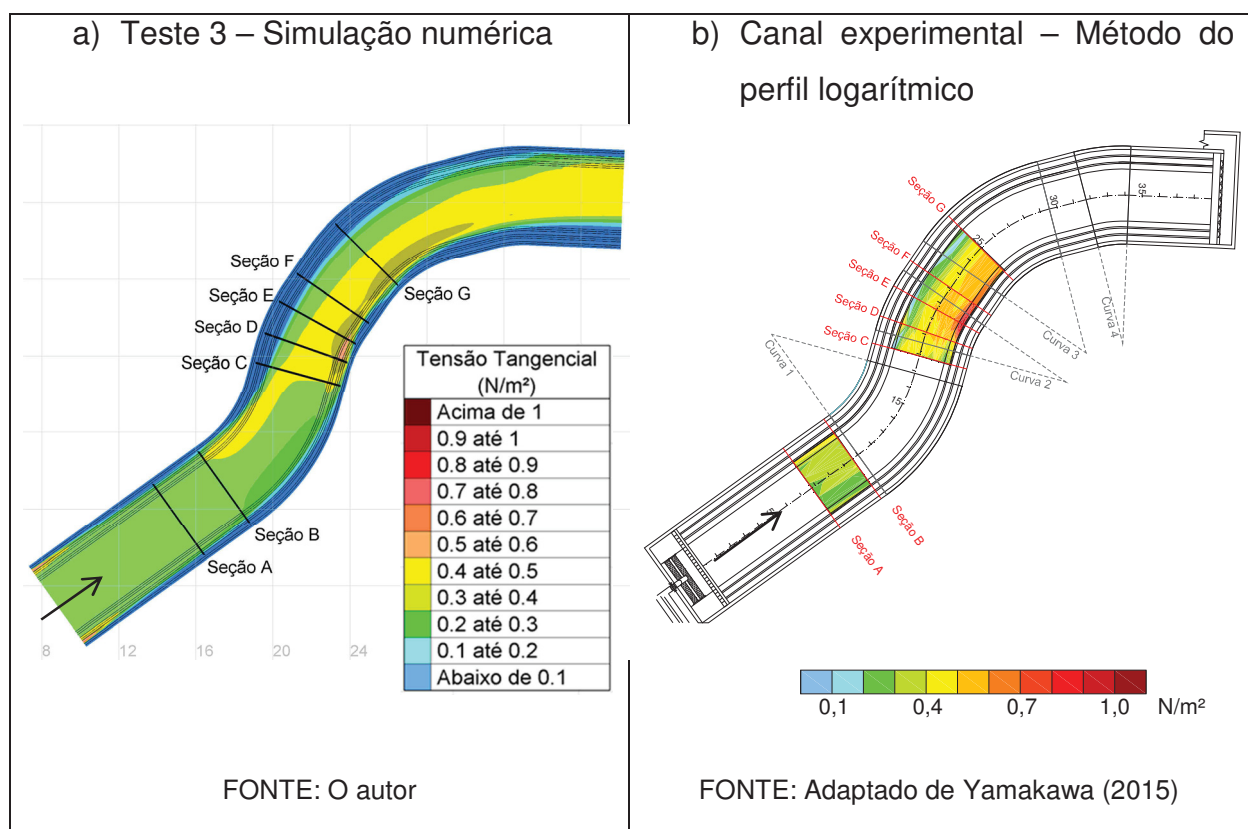
Posição	Parâmetro			
	EPM (%)	EPAM (%)	EMA (m/s)	COE
Seção A	12,80	12,80	0,033	0,20
Seção B	7,03	10,68	0,027	0,64
Seção C	-5,26	21,53	0,029	0,92
Seção D	-4,67	19,65	0,032	0,94
Seção E	1,69	14,97	0,030	0,92
Seção F	11,49	15,79	0,030	0,91
Seção G	8,23	13,44	0,035	0,87
Máximo	12,80	21,53	0,035	0,94
Média	4,47	15,55	0,031	0,77
Mínimo	-5,26	10,68	0,027	0,20

FIGURA 4.31 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – AVALIAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS RESULTADOS DE VELOCIDADE DO ESCOAMENTO OBTIDO NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA



A Figura 4.32 apresenta as tensões tangenciais observadas ao longo do canal para o Teste 3, comparadas com as tensões tangenciais obtidas por Yamakawa (2015) pelo método do perfil logarítmico. Nota-se que o padrão da distribuição das tensões ao longo do canal obtida no modelo numérica foi semelhante ao observado no canal experimental, com o aumento do seu valor junto à margem direita na região das curvas. O modelo  $k - \varepsilon$  mostrou-se mais eficiente na reprodução do núcleo com tensões tangenciais mais elevadas junto ao pé do talude direito, na região das seções D e E, quando comparados com os demais modelos de turbulência estudados neste trabalho. Observa também que o modelo possibilitou a reprodução adequada das tensões ao longo do trecho localizado a montante das curvas (Seções A e B).

FIGURA 4.32 – TESTE 3 – MODELO  $k - \varepsilon$  – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS AO LONGO DO CANAL



#### 4.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Conforme indicado no item 3.2.2, tomando as características gerais do escoamento observado por Yamakawa (2015), estima-se teoricamente que o valor da viscosidade cinemática turbulenta no canal experimental pode variar desde  $4,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  até  $1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Para o Teste 1, que comparou as simulações realizadas com o modelo de viscosidade turbulenta constante, observou-se que a simulação 1-C, que utilizou o valor de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$  foi aquela que conduziu às menores distorções em relação ao campo de velocidades observado no canal experimental. Do ponto de vista dos testes estatísticos implementados, esta simulação foi aquela que apresentou o melhor desempenho dentre todas as realizadas neste estudo, inclusive aquelas que utilizaram modelos de turbulência mais sofisticados, como, por exemplo, o modelo  $k - \varepsilon$ . Destaca-se que a simulação 1-B, que utilizou a viscosidade turbulenta de  $0,01 \text{ m}^2/\text{s}$  também conduziu a resultados aderentes aos observados por Yamakawa (2015), tendo apresentado, entretanto, desempenho pouco inferior à simulação 1-C (com viscosidade turbulenta de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$ ). Chama a atenção o fato de a viscosidade turbulenta encontrada como ideal para reproduzir o comportamento do escoamento ao longo do canal ser maior que a estimada teoricamente. Uma possível explicação para este resultado é o fato de que, conforme indicado por Yamakawa (2015), o escoamento no canal experimental é turbulento de transição, o que pode induzir a uma maior viscosidade.

Outro fator importante a se destacar é o fato de que as simulações bidimensionais não permitirem a correta reprodução das correntes secundárias, conforme aquelas descritas por Nezu e Nakagawa (1993), que ocorrem na região das curvas. A existência dessas correntes secundárias tende a induzir uma maior difusividade ao escoamento que, por não poder ser reproduzida nas simulações bidimensionais, teve de ser compensada mediante a utilização de valores mais altos que os sugeridos por Wilson, et al (2002).

Conforme esperado, o modelo de turbulência mais sofisticado, ou seja, o modelo  $k - \varepsilon$  conduziu a resultados aderentes aos observados experimentalmente. Este modelo permitiu a reprodução do campo de velocidades de maneira adequada para a maior parte do domínio computacional devido ao fato de permitir o transporte

da energia cinética turbulenta e da dissipação dessa energia ao longo do domínio computacional (Wilcox, 1994). Isso significa que não foram identificadas regiões onde o escoamento foi claramente mal reproduzido, sendo, portanto, adequado em todas as seções verificadas.

Apesar do bom desempenho geral, o maior erro observado nessa simulação ocorreu na região das maiores separações, ou seja, a jusante da curva 1, junto à margem esquerda. Nessa região, a corrente de retorno obtida na simulação foi mais intensa que aquela verificada experimentalmente. Este comportamento pode, de maneira semelhante, ser decorrente da não reprodução das correntes secundárias, que, por imporem uma maior transferência de quantidade de movimento ao longo da seção transversal do canal, conduzem a uma maior viscosidade cinemática turbulenta. Essa maior viscosidade turbulenta não pôde ser reproduzida pelas equações diferenciais do modelo  $k - \varepsilon$ , que, por definição, não são adequadas para a simulação de escoamentos com turbulência anisotrópica (Eiger, 1989).

Dentre os modelos de turbulência verificados neste trabalho, o único que possuiu características anisotrópicas é o modelo do tipo Elder. Apesar de ser um modelo de formulação razoavelmente simples, que utiliza equações algébricas na sua formulação, este modelo tem a capacidade de dividir a turbulência em duas parcelas, sendo uma delas transversal ao fluxo e a outra longitudinal. Ao fazer isso, o modelo do tipo Elder permite a utilização de coeficientes de dispersão distintos para cada componente, possibilitando a imposição de uma turbulência anisotrópica na simulação. Entretanto, a despeito dessa clara vantagem em comparação com os demais modelos de turbulência, o modelo do tipo Elder mostrou-se menos eficiente que o modelo  $k - \varepsilon$  e mesmo que o modelo de viscosidade turbulenta constante. Isso ocorreu porque, ao se buscar impor coeficientes de dispersão que melhor reproduzissem as correntes de retorno na região das curvas, o campo de velocidade nas demais regiões apresentavam distorções em relação aos dados obtidos no canal experimental. Logo, as simulações feitas com este modelo não possibilitaram a reprodução, ao mesmo tempo e da melhor maneira possível, das diversas características do escoamento existente ao longo do canal.

A partir dos testes realizados com o modelo do tipo Elder pôde-se ainda constatar que a alteração do coeficiente de dispersão longitudinal não se mostrou

eficiente para a alteração do padrão de fluxo na região das curvas. Por outro lado, conforme indicado no item 4.2.2, a alteração do coeficiente de dispersão transversal mostrou-se eficaz para alterar as características das correntes de retorno na região das curvas. A simulação 2.2-B, realizada com o parâmetro  $\alpha_t = 0,6$  foi a que apresentou os melhores resultados comprados com o canal experimental. Este valor está em acordo com o sugerido por Moulin<sup>14</sup>, citado por Wilson, et al (2002). Ressalta-se, entretanto, que a utilização deste coeficiente de dispersão provocou uma zona de separação com velocidades de retorno mais intensas que as observadas experimentalmente, principalmente na região das seções C, D e E, junto à margem esquerda do canal.

Para a avaliação do desempenho dos modelos de turbulência em reproduzir as tensões tangenciais ao longo do canal foram utilizados os dados obtidos por Yamakawa (2015) a partir da abordagem do perfil logarítmico de velocidades. Esta escolha se deu pois as tensões tangenciais obtidas a partir deste método tem relação direta com a intensidade das velocidades do escoamento. Isso, de certa forma, se assemelha à metodologia adotada pelo Telemac 2D, descrita pela equação (2-90), que parte do campo de velocidades obtido e do coeficiente de rugosidade adimensional. Assim, pode-se afirmar que análise do campo de velocidades permite uma análise indireta da eficiência do modelo na reprodução do campo de velocidades do escoamento.

Do ponto de vista da reprodução das tensões tangenciais ao longo da região das curvas, observou-se que o modelo  $k-\varepsilon$  foi o que apresentou o melhor desempenho dentre os avaliados neste trabalho. Este fato pôde-se confirmar ao se verificar que a simulação com este modelo foi capaz de reproduzir a região com existência de maiores tensões tangenciais, localizada junto à margem direita do canal na região das seções E e F (ver Figura 4.32). Foi observado, entretanto, que este do núcleo de maiores tensões tangenciais foi reproduzido a montante do indicado por Yamakawa (2015), ou seja, entre as seções D e E. Para os demais modelos verificados não foi possível obter-se regiões com ocorrência de tensões

---

<sup>14</sup> Moulin, C., **Anisotropie de la Dispersion pour le Transport Bidimensionnel dans le Systeme TELEMAC**, EDF Internal Report, HE-43/95/016/A, Department Laboratoire National d'Hydraulique, EDF Chatou, Paris

tangenciais acima de  $0,6 \text{ N/m}^2$ , ou seja, um valor 40% menor que o indicado por Yamakawa (2015) a partir da abordagem do perfil logarítmico de velocidades.

Todas as simulações apresentadas neste trabalho, com exceção da simulação 1-A, realizadas com o modelo de viscosidade turbulenta constante com o valor de  $\nu_t = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ , apresentaram níveis de água semelhantes àqueles obtidos no canal experimental. Isso mostra que, a despeito da clara diferença entre o campo de velocidades obtido nas simulações, principalmente em termos de dimensões e intensidade das circulações, a perda de carga não foi afetada de maneira significativa pelos modelos de turbulência.

Em termos de velocidade de processamento, conforme se pode observar na Tabela 4.11, o modelo que apresentou o melhor desempenho foi o modelo do tipo Elder. Esta tabela apresenta o número médio de passos de cálculo (steps) realizados em uma simulação com duração de 1 hora. O número de steps necessários para cada simulação foi de aproximadamente 200.000.

Como referência, as características do computador utilizado para a realização das simulações estão indicadas na Tabela 4.12.

TABELA 4.11 – TEMPO COMNPUTACIONAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA

<b>Modelo de turbulência:</b>	<b>Velocidade de simulação</b>
Modelo de viscosidade turbulenta constante:	8.000 steps por hora
Modelo Elder:	11.600 steps por hora
Modelo $k - \varepsilon$ :	8.100 steps por hora

TABELA 4.12 – CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS UTILIZADAS NO ESTUDO

<b>Item</b>	<b>Característica</b>
Processador:	Intel® Core i7-4790K – 4.00GHz
Memória RAM:	16,0GB
Sistema Operacional:	Windows® 10 Pro – 64 Bits
Número de núcleos de processamento utilizado:	8 núcleos de processamento

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve o objetivo principal de contribuir na compreensão do fenômeno da turbulência e explorar como os modelos de fechamento de turbulência atuam na modificação do comportamento geral do escoamento simulado. Para atingir este objetivo, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados obtidos em simulações numéricas computacionais bidimensionais realizadas com três diferentes modelos de turbulência existentes na programação padrão do software Telemac 2D. Os campos de velocidades do escoamento obtidos nessas simulações foram comparados com os verificados em um estudo em canal experimental, conduzido por Yamakawa (2015).

O enfoque principal dessas comparações foi o campo de velocidades na região das curvas do canal. Essas comparações foram subsidiadas por testes estatísticos que buscaram quantificar as diferenças entre os campos de velocidades obtidos nas simulações e o observado no canal experimental. A escolha deste enfoque no campo de velocidades na região das curvas deve-se ao fato de que para a correta reprodução das separações e zonas de circulação é necessária a implementação apropriada de um modelo de turbulência. A hipótese básica verificada é se a utilização de modelos de turbulência mais sofisticados, com duas equações diferenciais de transporte na sua formulação, conduz a resultados mais aderentes aos dados obtidos no canal experimental.

Ao total, foram realizadas doze simulações sendo, quatro com o modelo de viscosidade turbulenta constante, sete com o modelo tipo Elder e uma com o modelo  $k - \varepsilon$ . Para o modelo do tipo Elder foram realizadas simulações considerando tanto a variação do coeficiente de dispersão longitudinal quanto simulações que verificaram a influência da variação do coeficiente de dispersão transversal.

Os resultados obtidos nesta pesquisa permitiram as seguintes conclusões:

- De maneira geral, observou-se que todos os modelos de turbulência verificados, quando configurados de maneira apropriada, reproduzem o escoamento observado no canal experimental de maneira satisfatória;
- Entretanto, os resultados obtidos mostraram que a simulação realizada com o modelo de viscosidade turbulenta constante, com o valor de  $0,005 \text{ m}^2/\text{s}$ , foi a que conduziu ao campo de velocidades mais aderente aos

dados experimentais. Esta simulação apresentou desempenho pouco superior à simulação realizada com o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$ ;

- Apesar de o modelo de viscosidade turbulenta constante apresentar boa aderência com os dados observados por Yamakawa (2015), foi verificado que a escolha adequada da viscosidade a ser adotada não é simples. Isso pôde ser constatado uma vez que o valor de viscosidade turbulenta verificado como sendo o mais adequado para a reprodução do escoamento estudado destoava de maneira significativa das avaliações teóricas feitas a partir do modelo de turbulência de comprimento de mistura. Isso ocorreu, pois as características gerais do canal e do escoamento em si podem fazer com que a difusão turbulenta seja sensivelmente maior que aquela estimada teoricamente;
- Nesse sentido, o modelo  $k - \varepsilon$ , por ser mais geral, possui a grande vantagem de ter tão pequena variação em seus coeficientes empíricos que a maioria dos pesquisadores consideram não necessitar de calibração;
- O modelo do tipo Elder mostrou-se menos eficiente que os demais apesar de ser o único a possuir características anisotrópicas dentre os modelos estudados. Isso ocorreu porque, ao buscar a imposição de coeficientes de dispersão que conduzissem a padrões de escoamento na região das curvas semelhantes aos observados experimentalmente, o campo de velocidade nas demais regiões apresentavam distorções. Logo, as simulações feitas com este modelo não possibilitaram a reprodução, ao mesmo tempo e da melhor maneira possível, das diversas características do escoamento existente ao longo do canal. Observou-se também que a alteração do coeficiente de dispersão longitudinal não se mostrou eficiente para a alteração do padrão de fluxo na região das curvas.

Com relação aos objetivos específicos são feitas as seguintes considerações:

- De maneira geral, observou-se que o aumento dos parâmetros dos modelos de turbulência no sentido de impor maiores valores de



viscosidade turbulenta tende a ocasionar uma diminuição na intensidade e dimensões das circulações na região das curvas. Em casos extremos, foi verificado que as circulações deixaram de existir. Por outro lado, a diminuição da viscosidade turbulenta conduz a maiores zonas de circulação, podendo, no extremo, ocasionar instabilidade no escoamento. Este comportamento, apesar de esperado, nem sempre é bem compreendido por usuários de programas de simulação numérica de escoamentos turbulentos;

- Os resultados obtidos mostraram que o fato de não poder reproduzir as correntes secundárias que ocorrem na região das curvas, todos os modelos de turbulência verificados apresentaram alguma limitação, subestimando a difusão nesses locais. Para os modelos de viscosidade turbulenta constante e do tipo Elder, essa limitação pode ser, de certa maneira, compensada mediante o aumento artificial da viscosidade turbulenta. Esse procedimento, entretanto, prejudica a reprodução do escoamento nas demais localidades não influenciadas pelas correntes secundárias.

#### Recomendações para estudos futuros

Fazem-se as seguintes recomendações para estudos futuros:

- Realização de estudos comparativos de modelos de turbulência incluindo simulações tridimensionais;
- Uma vez que não foram abordados neste trabalho, sugere-se a realização de estudos comparativos incluindo simulações que utilizem o conceito de LES (Large Eddy Simulation);
- Realização de estudos comparativos incluindo diferentes escalas de escoamento, simulando, por exemplo, escoamentos em escala reduzida e em escala de protótipo;
- Realização de estudos levando em consideração medições realizadas em obras hidráulicas e não apenas em canais experimentais.



## REFERÊNCIAS

- ALAMY FILHO, J. E. **Modelação numérica de processos de sedimentação em escoamentos turbulentos e análise da ressuspensão em canais**. [S.l.]: [s.n.], 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- BATES, P. D.; LANE, S. N.; FERGUSON, R. I. Computational Fluid Dynamics modelling for environmental hydraulics. In: BATES, P. D.; LANE, S. N.; FERGUSON, R. I. **Computational Fluid Dynamics - Applications in Environmental Hydraulics**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2005. Cap. 1, p. 1 - 15.
- BLANCKAERT, K.; VRIEND, H. J. Secondary flow in sharp open-channel bends. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 498, p. 353-380, 2003.
- BOOIJ, R. Measurements and large eddy simulations of the flows in some curved flumes. **Journal of Turbulence**, v. 4, Março 2003.
- BRADSHAW, P. **An introduction to turbulence and its measurement**. Oxford: Pergamon Press, 1971.
- CHC. **Hydrodynamic model of St. Clair River with Telemac-2D**. Canadian Hydraulics Centre. Ottawa, Ontario. 2009.
- DAILY, J. W.; HARLEMAN, D. R. F. **Fluid Dynamics**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1966.
- DAVIES, J. T. **Turbulence Phenomena**. New York: Academic Press, Inc., 1972.
- EDF R&D. **Telemac Modelling System - Telemac-3D Software - Release 7.0 - Operation Manual**. EDF R&D. [S.l.]. 2016.
- EIGER, S. Modelos de Escoamentos Turbulentos. In: ABRH **Métodos Numéricos em Recursos Hídricos**. Rio de Janeiro: [s.n.], v. 1, 1989. p. 84-155.
- ELDER, J. W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 5, p. 544-560, Maio 1959.
- FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. Tradução de Ricardo Nicolau Nassar Koury e Geral Augusto Campolina França. 5ª Edição. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2001.
- FRIEDRICH, M. F. **Aplicação de modelagem física e computacional a um escoamento fluvial**. [S.l.]: [s.n.], 2004. 183 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambientais, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.

GHOLAMI, A. et al. Experimental and Numerical Study on Velocity Fields and Water Surface Profile in a Strongly-Curved 90° Open Channel Bend. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, 8, 2014. 447–461.

GORJI, S. et al. A comparative study of turbulence models in a transient channel flow. **Computers & Fluids**, n. 89, p. 111-123, 2014.

HENDERSON, F. M. **Open Channel Flow**. New York: MacMillan, 1966.

HERVOUET, J.-M. **Hydrodynamics of Free Surface Flows - Modelling with the finite element method**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2007.

HINZE, J. O. **Turbulence: An Introduction to Its Mechanism and Theory**. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959.

KUNDU, P. K. **Fluid Mechanics**. San Diego: Academic Press, Inc., 1990.

LAUNDER, B. E. et al. Prediction of free shear flows: a comparison of the performance of six turbulence models. In: CENTER, N. L. R. **Free Turbulent Shear Flows: Conference proceedings**. [S.l.]: [s.n.], v. Volume 1, 1973.

LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. **Mathematical Models of Turbulence**. London: Academic Press, 1972.

MCDONOUGH, J. M. **Introductory Lectures on Turbulence**. Lexington: University of Kentucky, 2004.

MORIASI, D. N. et al. Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations. **American Society of Agricultural and Biological Engineer**, v. 50, p. 885–900, 2007.

NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles. **Journal of Hydrology**, n. 10, 1970. 282-290.

NEZU, I.; NAKAGAWA, H. **Turbulence in Open-Channel Flows**. Rotterdam: A.A.Balkema, 1993.

PATZWAHL, R.; GÜNGÖR, T. **Horizontal flow field modelling in a channel mouth**. 21 st Telemac & Mascaret User Club. Daresbury, England: [s.n.]. 2015. p. 127-132.

POPE, S. B. **Turbulent Flows**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

ROSMAN, P. C. Modelos de circulação em águas rasas. In: ABRH **Metodos Numéricos em Recursos Hídricos**. Rio de Janeiro: [s.n.], v. 1, 1989. p. 155-221.

SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory**. 6ª Edição. ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1968.

STEFFLER, P.; BLACKBURN, J. **River2D - Two-Dimensional Depth Averaged Model of River Hydrodynamics and Fish Habitat - Introduction to Depth Averaged Modeling and User's Manual**. Edmonton: University of Alberta, 2002.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A First Course in Turbulence**. Cambridge: The MIT Press, 1972.

VAN BALEN, W.; UIJTTEWAAL, W. S. J.; BLANCKAERT, K. Large-eddy simulation of a mildly curved. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 630, p. 413-442, Julho 2009.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics - The finit volume method**. Essex: Longman Scientific & Technical, 1995.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 2. ed. La Cañada: DCW Industries, Inc., 1994.

WILSON, C. A. M. E.; BATES, P. D.; HERVOUET, J. M. Comparison of turbulence models for stage-discharge rating curve prediction in reach-scale compound channel flows using two-dimensional finit element methods. **Jornal of Hydrology**, n. 257, p. 42-58, 2002.

YAMAKAWA, F. H. S. **Estrutura do escoamento em canais trapezoidais em curva**. [S.l.]: [s.n.], 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambientais, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

YEN, B. C. Open Channel Flow Resistance. **Journal of Hydraulic Engineering**, Reston, v. 128, p. 20-39, Janeiro 2002.

**ANEXO A – RESULTADOS DAS MEDIÇÕES DE VELOCIDADES NO CANAL  
EXPERIMENTAL REALIZADAS POR YAMAKAWA (2015)**

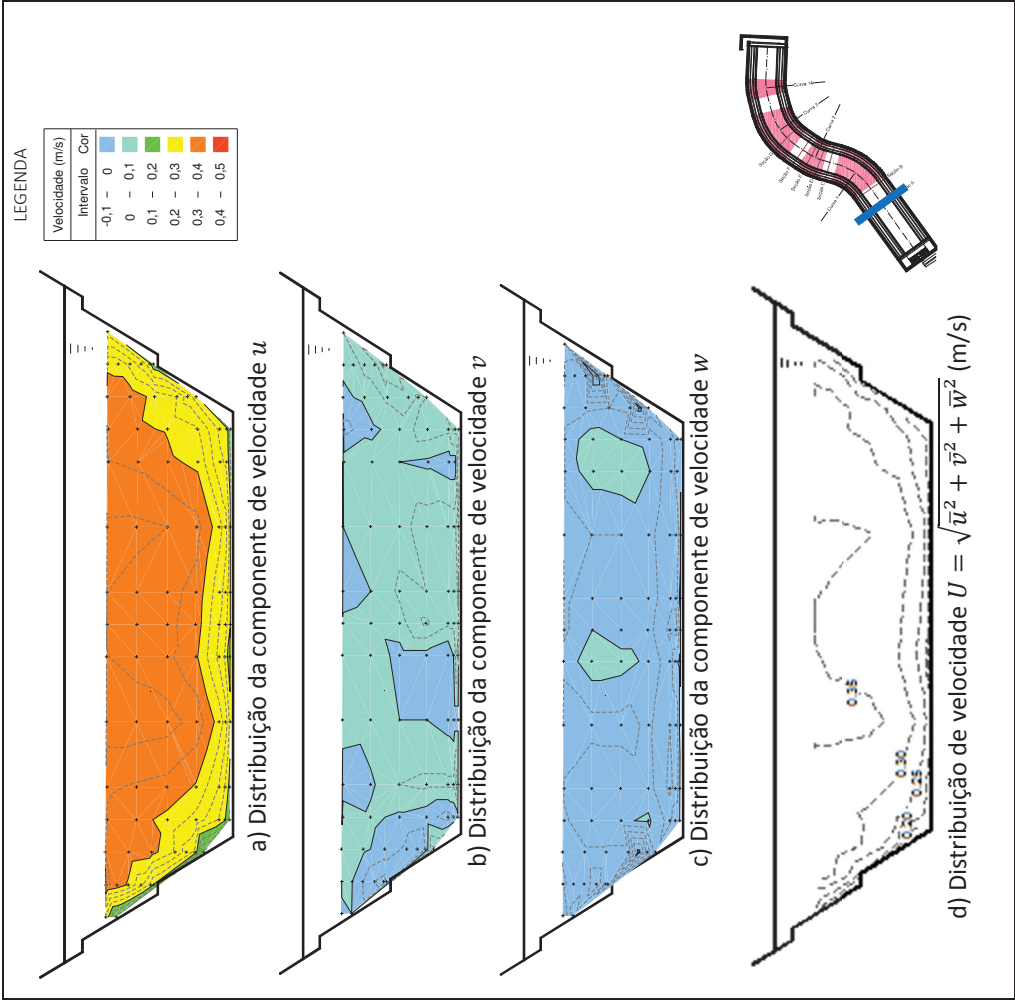


Figura 1 – distribuição de velocidades na seção A

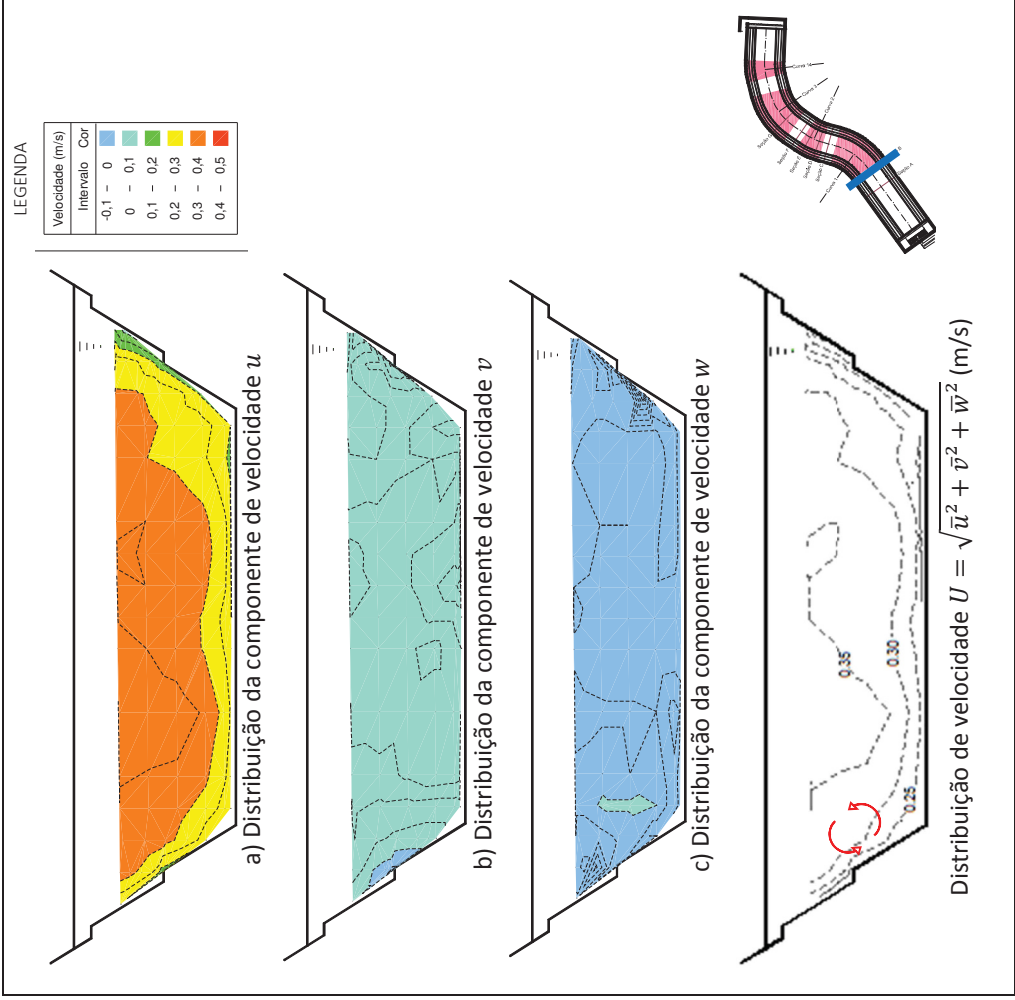


Figura 2 – distribuição de velocidades na seção B

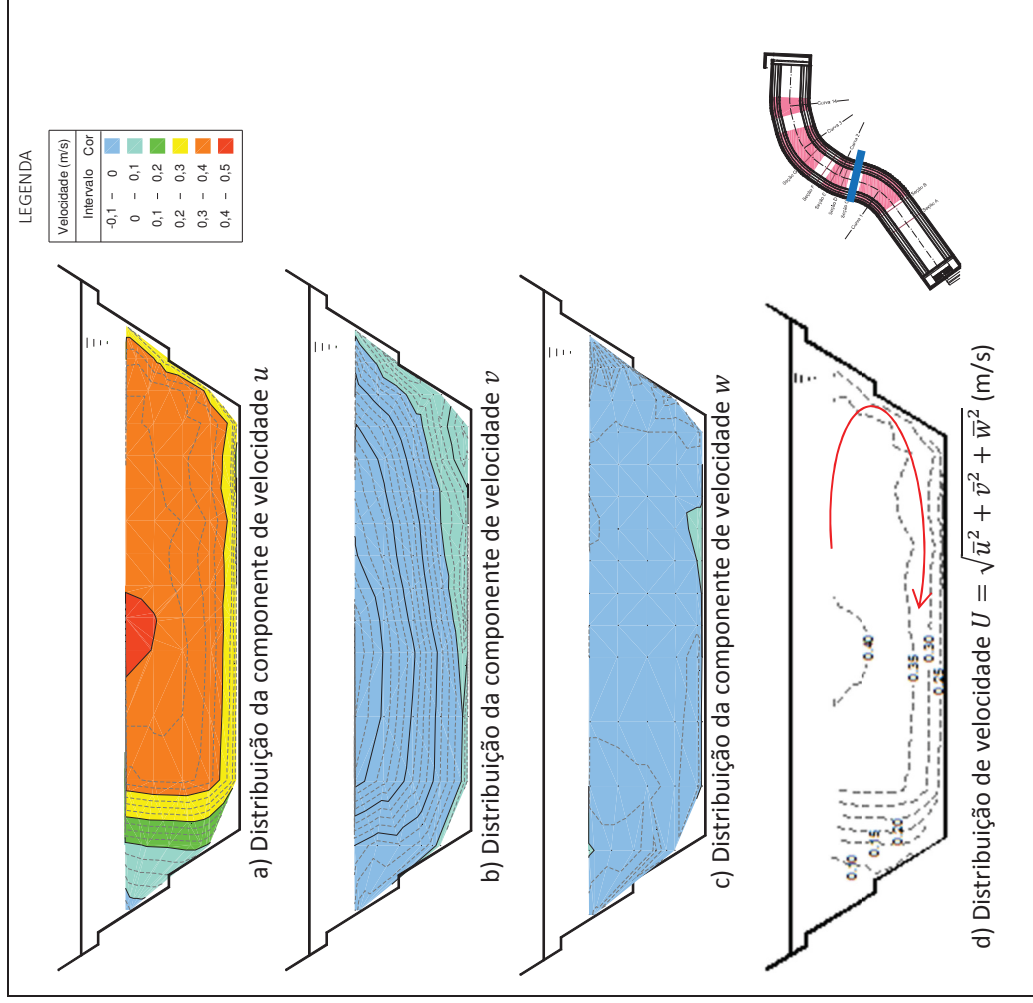


Figura 3 – distribuição de velocidades na seção C

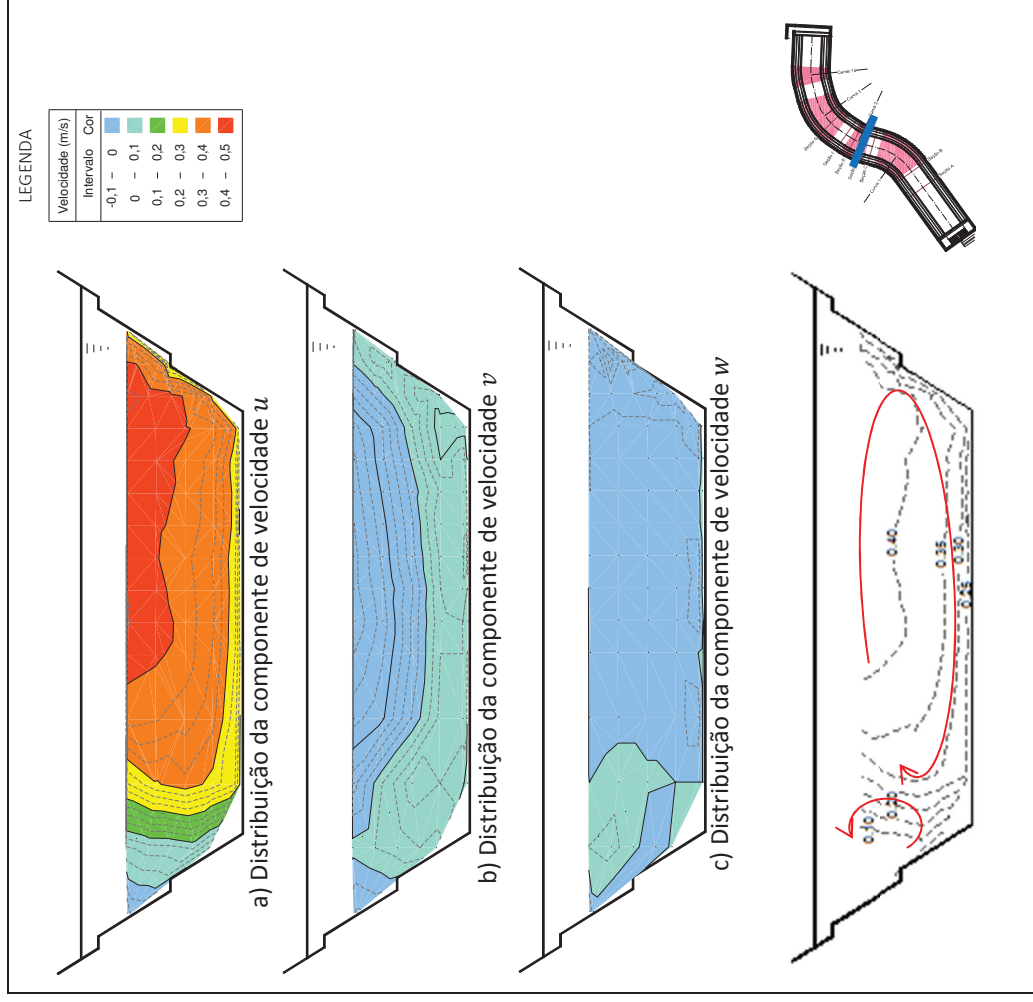


Figura 4 – distribuição de velocidades na seção D

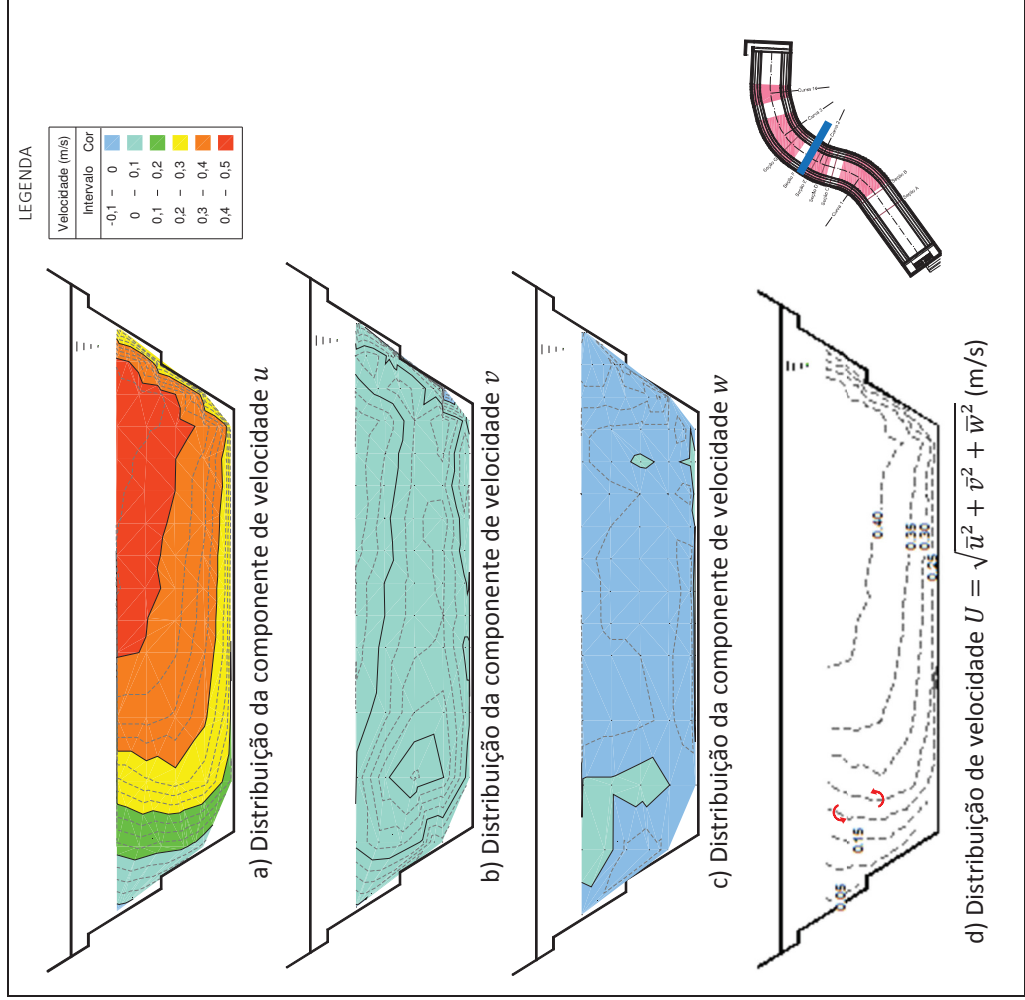


Figura 5 – distribuição de velocidades na seção E

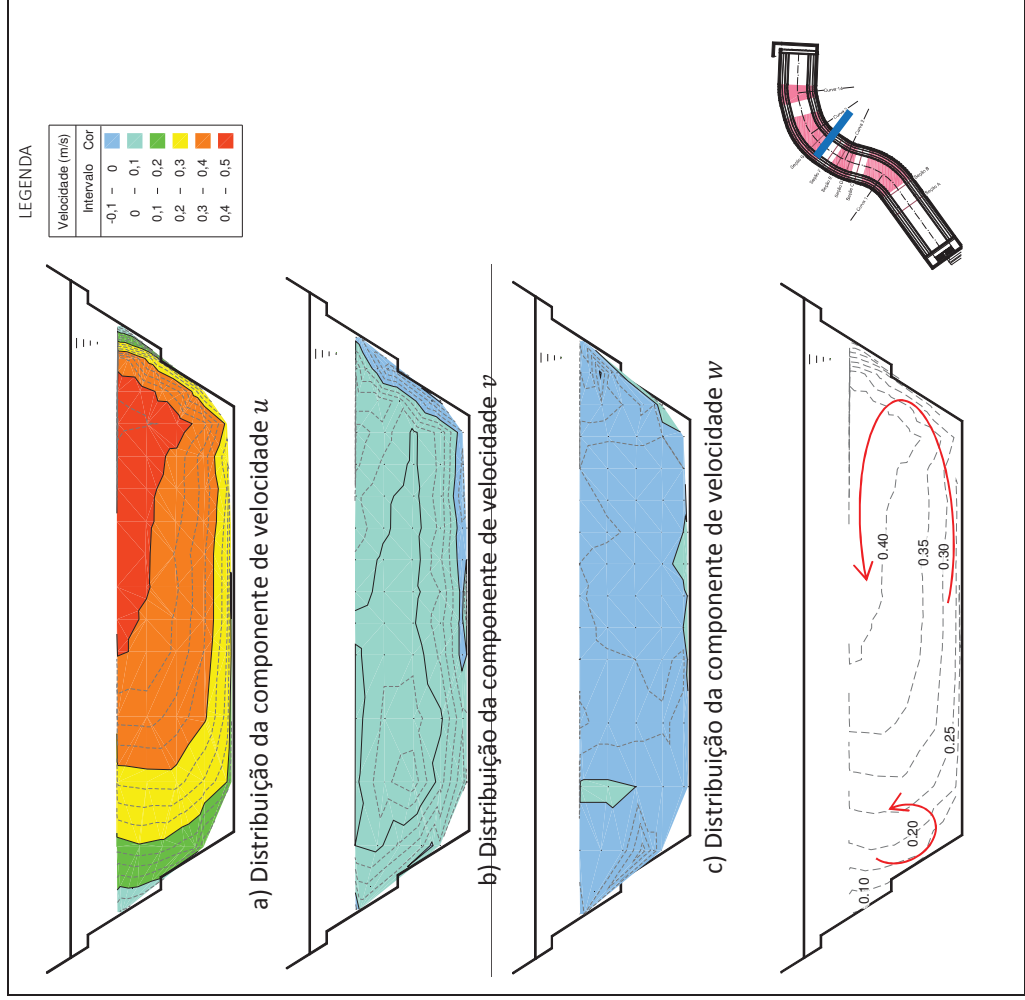


Figura 6 – distribuição de velocidades na seção F



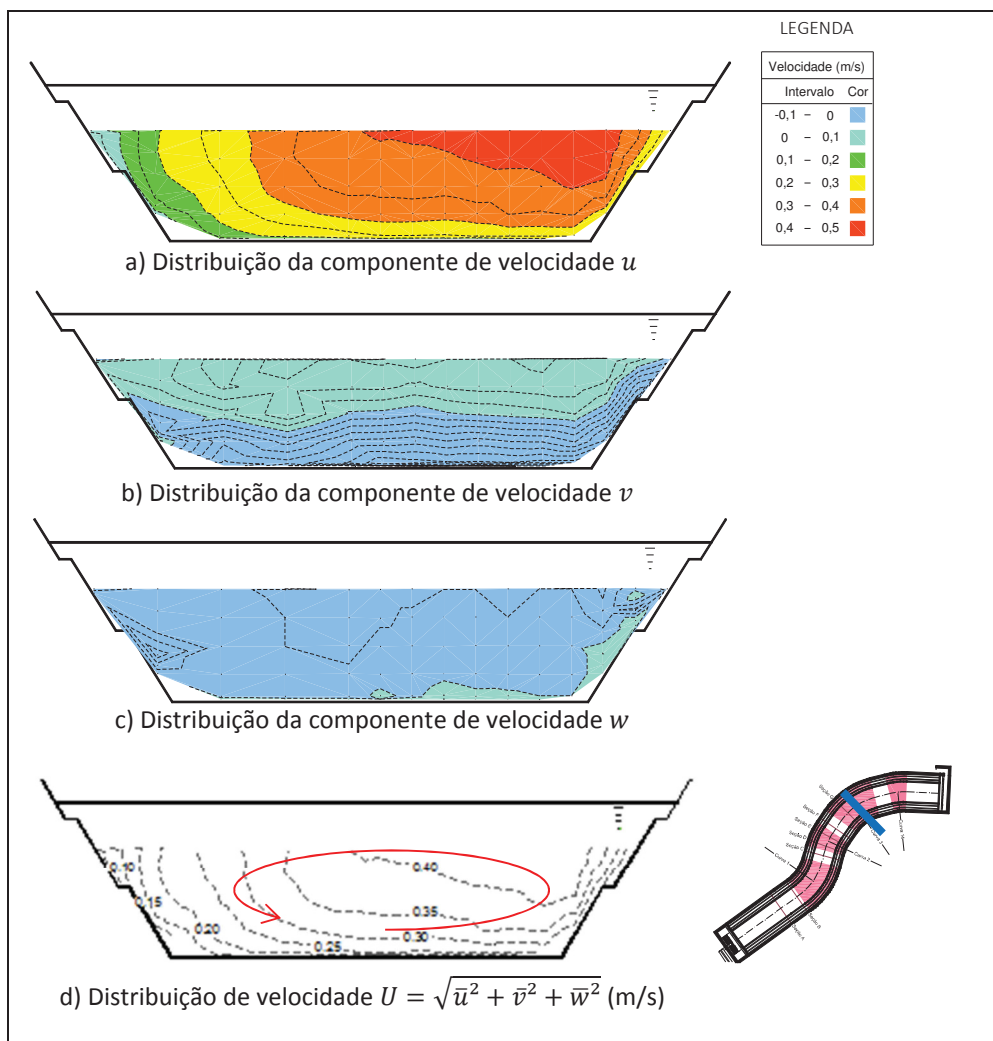


Figura 7 – distribuição de velocidades na seção G